

针对烟幕干扰弹最优投放策略的研究

摘要

随着现代防空作战中无人机的广泛使用,利用无人机投放烟幕干扰弹以实现最长遮蔽效果变得尤为重要。本文针对无人机投放烟幕干扰弹抵御一枚至多枚来袭空地导弹的场景,基于运动学分析构建多维度投放策略优化模型,为不同作战情境下的干扰决策提供科学依据。

对于问题一,我们首先构建三维笛卡尔坐标系,明确无人机 FY1 与导弹 M1 的初始位置与运动特性,通过运动学方程推导无人机飞行轨迹、烟幕干扰弹平抛运动轨迹及起爆点坐标,选取真目标上的 31 个关键点,构建有效遮蔽判定条件(即导弹-真目标视线与烟幕球相交)。采用步长 0.01s 的遍历法求解有效遮蔽时长。结果显示, FY1 以给定参数飞行与投弹,实现的有效遮蔽时长仅为 1.48s,单一烟幕弹遮蔽效果有限。

对于问题二,本文以有效遮蔽时长最大化为目标,构建单目标优化模型,将无人机航向角、飞行速度、烟幕弹投放时刻、起爆延迟时间设为决策变量,同步考虑烟幕弹起爆高度非负、有效时间窗口不晚于导弹命中假目标等 4 项约束条件。采用粒子群优化算法(PSO)对最大有效遮蔽时长 Δt_s 求解。结果表明,在最优参数组合(飞行速度 116.61m/s、航向角 7.14°、投放时刻 0.1195s、起爆延迟 0.6603s)下,有效遮蔽时长提升至 5.05s,较问题一提升 241%。

对于问题三,针对无人机 FY1 投放 3 枚烟幕弹的场景,我们将扩展决策变量至 8 维,新增两枚弹投放间隔 $\geq 1s$ 等约束,构建多弹协同遮蔽优化模型。引入自适应惯性权重与局部搜索策略对粒子群算法改进。求解得联合有效遮蔽时长 6.2s,填入 result1.xlsx。其中前两枚弹形成 [1.2002,4.6002]s 与 [4.2000,7.4000]s 的重叠遮蔽区间,第三枚弹因导弹飞行轨迹变化未形成有效遮蔽。

对于问题四,针对三架无人机协同投弹的场景,我们构建 12 维决策变量优化模型。提出重叠分段筛选和 Top-K 评估措施,将每架无人机速度区间划分为 3 个重叠分段([70,92]、[88,112]、[108,140]m/s),组合生成 27 种速度方案并筛选有效遮蔽时长排名前 2 个优域,结合改进自适应变异粒子群算法继续对优域进行搜索求解最大遮蔽时长。结果显示,三机协同的有效遮蔽时长达 11.14s,遮蔽效果较单无人机多弹投放显著提升,相关参数已保存至 result2.xlsx。

对于问题五,面对 5 架无人机投弹干扰 M1、M2、M3 三枚导弹的复杂场景,我们建立以三枚导弹的总有效遮蔽时长最大化为目标,以投弹时间间隔、投弹数量上限等为约束条件的混合变量优化模型。由于决策变量含连续参数与离散参数,我们采用自适应双坐标系差分进化算法(ABSDE_{mv}),通过特征坐标变换降低变量耦合性,结合变异、交叉与选择操作实现全局寻优。搜索出满足约束条件的总有效遮蔽时长为 19.62s,有效平衡各导弹的遮蔽需求,相关投放策略填入 result3.xlsx。

关键字: 烟幕干扰弹 粒子群优化算法 协同优化 自适应双坐标系差分进化算法

一、问题重述

随着无人机技术的不断发展，军用无人机被广泛应用于作战指挥、侦察打击行动。使用无人机投放烟幕干扰弹可以形成烟幕遮蔽，实现对来袭武器的有效干扰，掩护目标。本题模拟无人机投放烟雾干扰弹，针对不同问题下导弹数量、烟幕弹数量和无人机数量的差异安排，分别形成了问题一、二、三、四和五。要求我们对无人机飞行方位和速度、投放时间点、烟幕干扰弹起爆点等多个投放策略进行确定，以实现最佳遮蔽效果。

二、模型假设

1. **忽略空气阻力：**假设在导弹、无人机和烟幕整个运行过程中，忽略风力和空气阻力影响。
2. **忽略导弹自身重力：**假设导弹飞行过程中，速度方向直指假目标，导弹以匀速直线运动靠近假目标。
3. **无人机飞行环境无干扰：**假设无人机在接受任务后，瞬间完成航向调整，飞行过程中无障碍物碰撞影响，以匀速等高度直线运动飞行。
4. **烟幕弹投放与烟幕形成瞬时完成：**假设无人机投放烟幕干扰弹动作瞬时完成，烟幕干扰弹起爆后瞬时形成球状烟幕云团。

三、符号说明

表 1 符号说明

符号	意义	单位
$P_{FYi,0}$	第 i 个无人机的初始位置	-
v_{FYi}	第 i 个无人机的飞行速度	m/s
t_{start}	烟幕云团遮蔽开始时刻	s
t_{end}	烟幕云团遮蔽结束时刻	s
$M_i(t)$	第 i 枚导弹在时刻 t 的位置	
t_{dropi}	第 i 枚干扰弹投放时刻	s
Δt_{bomi}	第 i 枚干扰弹起爆时间	s
θ_i	第 i 个无人机航向角	度

四、问题一模型的建立与求解

4.1 问题分析与建模思路

问题一给定了无人机的飞行速度和方位，飞行时间和烟幕干扰弹爆炸时间，需要我们建立三维坐标系下的无人机和导弹飞行轨迹，分析无人机飞行、烟幕干扰弹下落和烟幕云团形成的三个运动过程，并定义烟幕云团有效遮蔽时间，建立有效遮蔽的判定模型，最终实现对烟幕遮蔽云团有效遮蔽时间统计。

针对问题一，我们采用运动学方程与几何约束方程结合的方式，分别对烟幕干扰弹投放、起爆及云团运动轨迹进行表示，在三维笛卡尔坐标系下分别表示无人机投放点、烟幕弹起爆点、任意时刻导弹位置及烟幕云团中心位置。对于位置的求解，首先根据无人机固定飞行参数，求解烟幕弹投放点与起爆点位置；接着通过建立时间与空间的关联关系，根据烟幕弹起爆点位置及云团运动特性，推出任意时刻烟幕云团中心位置，同时结合导弹飞行参数推出任意时刻导弹位置。对于有效遮蔽时长的求解，通过导弹视线与烟幕云团的位置判定关系，根据任意时刻烟幕云团、导弹及真目标的位置，筛选出有效遮蔽时刻并计算总时长。模型建立的流程图如图1所示。

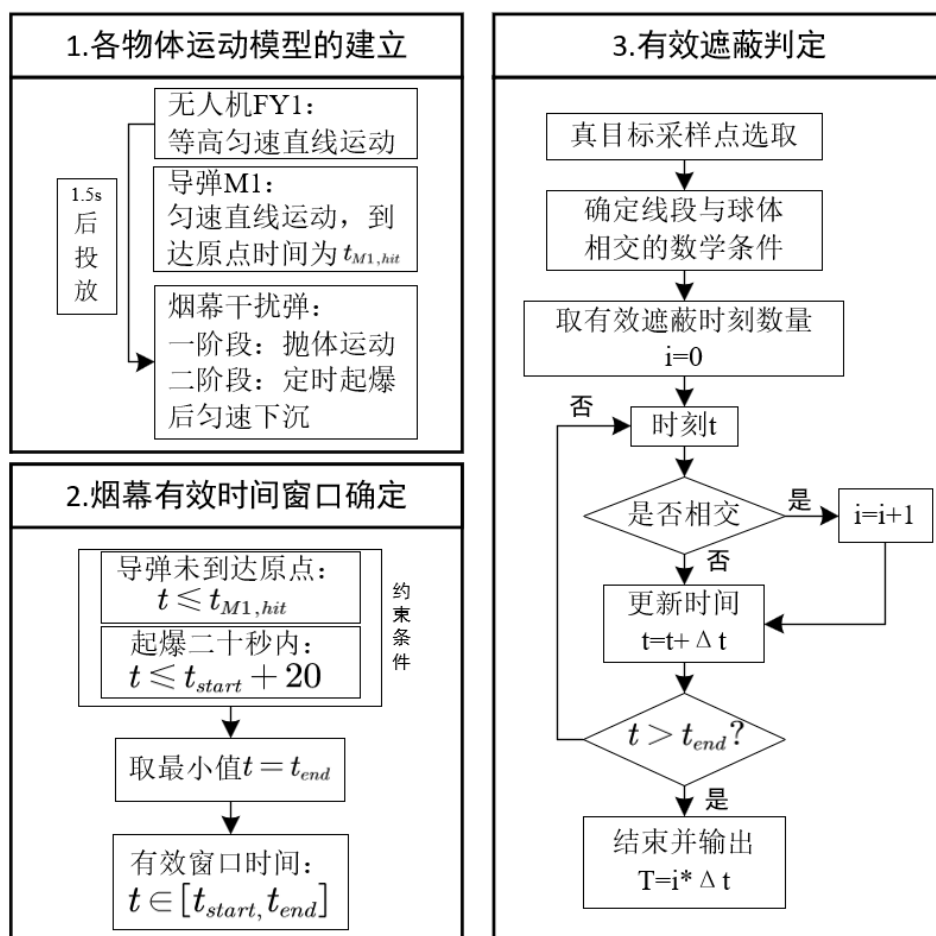


图1 问题一流程图

4.2 导弹 M1 和无人机 FY1 的运动轨迹

4.2.1 FY1 的运动轨迹

首先以假目标为原点 $O(0, 0, 0)$ ，水平面为 xy 平面，竖直方向为 z 轴构建三维笛卡尔坐标系，真目标下地面圆心坐标为 $T_0(0, 200, 0)$ ， $r = 7 \text{ m}$ ，高度 $h = 10 \text{ m}$ 。FY1 从初始位置 $P_{FY1,0}(17800, 0, 1800)$ 向原点飞行，飞行方向向量可以构建为 $\vec{d}_{FY1} = (-17800, 0, 0)$ 。因为 FY1 匀速等高飞行，其速度向量可以表示为 $\vec{v}_{FY1} = (-v_{FY1}, 0, 0) = (-120, 0, 0)$ 。FY1 在受领任务到投放烟幕弹经过 1.5s ，定义为延迟投放时间 t_1 ，烟幕干扰弹间隔 3.6 s 后起爆，定义为延迟起爆时间 t_2 。FY1 在 t_1 时间内做匀速直线运动，其运动轨迹函数可以表示为 (1)

$$P_{FY1}(t) = P_{FY1,0} + \vec{v}_{FY1} \cdot t \quad (1)$$

当 $t = t_1$ 时投下烟幕干扰弹，此时 FY1 的坐标可以表示为 $P_{\text{drop}} = (17620, 0, 1800)\text{m}$ 。

4.2.2 M1 的运动轨迹

M1 从初始位置 $P_{M1,0}(20000, 0, 2000)$ 以 300m/s 朝假目标原点匀速直线飞行，其飞行方向向量可定义为 $\vec{d}_{M1} = \overrightarrow{P_{M1,0}O} = (-20000, 0, -2000)$ 。归一化后的单位方向向量可表示为 (2)

$$\vec{e}_{M1} = \frac{\vec{d}_{M1}}{|\vec{d}_{M1}|} \quad (2)$$

带入 M1 初始坐标位置 $P_{M1,0}$ ，计算得到单位方向向量 $\vec{e}_{M1} = (-0.9950, 0, -0.0995)$

在警戒雷达发现导弹后，在任意时刻 t 下的 M1 位置为 $M1(t) = P_{M1,0} + v_{M1} \cdot \vec{e}_{M1} \cdot t$ 。M1 的最长运行时间，即击打到假目标的时间 $t_{M1,\text{hit}} = \frac{|P_{M1,0}|}{v_{M1}}$ ，计算 M1 初始位置模长 $|P_{M1,0}| \approx 20099.7506 \text{ m}$ ，可以得出到达原点的时间 $t_{M1,\text{hit}} \approx 66.9992 \text{ s}$ 。

4.3 求解烟幕干扰弹起爆点 P_{burst}

烟幕干扰弹脱离无人机后，初速度与 FY1 投放时刻的速度 $|\vec{v}_{FY1}|$ 相同，在重力作用下作平抛运动。一下是对烟幕干扰弹在脱离 FY1 后的运动分析：

- 水平方向上烟幕弹保持匀速直线运动，初速度 $\vec{v}_{\text{bomb},x} = -120\text{m/s}$ ，在经历 $t_2 = 3.6\text{s}$ 后，水平方向沿 x 轴位移 $\Delta x_{\text{bomb}} = -432 \text{ m}$ 。
- 竖直方向上做自由落体运动，初速度为 0 ，加速度 $a_z = -g$ (以向上为正方向， g 取 $9.8\text{m}^2/\text{s}$)。经历 $t_2 = 3.6\text{s}$ 后，在 z 轴方向上的位移计算公式由自由落体公式 $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ 可得 $\Delta z_{\text{bomb}} = -63.504 \text{ m}$ 。

根据平抛运动的位移计算结果，可以得到烟幕干扰弹起爆点坐标 $P_{\text{burst}} = (17188, 0, 1736.496)$ 。

4.4 烟雾云团有效运行状态求解

烟雾云团出现时刻为 $t_{start} = t_1 + t_2 = 5.1s$ 。在 $t \geq 5.1s$ 时烟雾云团沿竖直方向匀速下降，烟雾云团中心位置函数可以定义为

$$S(t) = \begin{cases} \text{无定义} & t < 5.1s, \\ (17188, 0, 1736.496 - 3(t - 5.1)) & t \geq 5.1s. \end{cases} \quad (3)$$

由题目可知，有效的烟雾云团存在时间为起爆后 20s 内，且导弹未到达真目标，由此可得到烟雾云团的有效时间为 $t_{M1, hit} \approx 66.9993s$ 。烟雾云团的有效时间窗口为 $t \in [t_{start}, t_{end}] = [5.1s, 25.1s]$ 。

4.5 有效遮蔽条件

要实现有效遮蔽，就是以导弹视角观察，真目标被烟雾云团所形成的阴影掩盖，转换成数学语言表达形式为真目标上的任意一点 T_i 与导弹位置 $M1(t)$ 的连线 $M1(t)T_i$ 与烟雾云团相交。

线段 $M1(t)T_i$ 的参数方程如下：其中 $\lambda \in [0, 1]$, $\lambda = 0$ 对应于导弹, $\lambda = 1$ 对应于真目标上一点

$$\vec{r}(\lambda) = M1(t) + \lambda \cdot (T_i - M1(t)). \quad (4)$$

烟雾云团方程可表示为球心在 $S(t)$, 半径为 10 m 的球, $\|\vec{r}(\lambda) - S(t)\|^2 = 100$

为更好覆盖真目标，我们选择了真目标圆柱体上的 31 个具有代表性的关键采样点，作为有效遮蔽的条件的计算。如图2所示，我们在中心轴上每隔 1m 选取了 11 个采样点，在上下底面分别每隔 45° 等角度采样选取一点，具体包含了 8 个边界点和 2 个内部采样点，共计 11 个关键采样点。问题转化为在 $[5.1s, 25.1s]$ 的有效时间窗口内，真目标上的 31 个关键采样点 T_{ki} (k 代表关键采样点) 与 $M1(t)$ 的连线 $M1(t)T_{ki}$ 是否完全与烟雾云团相交。

4.6 有效遮蔽时长求解

由烟雾云团方程和线段参数方程联立，将参数方程代入球体方程，整理得到关于 λ 的一元二次方程为：

$$\|\vec{B} - \vec{A}\|^2 \lambda^2 - 2 \cdot (\vec{A} - \vec{C}) \cdot (\vec{B} - \vec{A}) \lambda + \|\vec{A} - \vec{C}\|^2 - 100 = 0 \quad (5)$$

其中 $\vec{A} = M1(t)$, $\vec{B} = T_{ki}$, $\vec{C} = S(t)$ 。要求该方程有实根且至少一个根在 $[0, 1]$ 内。

即要求一元二次方程判别式非负： $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，其中 $a = \|\vec{B} - \vec{A}\|^2$, $b = 2 \cdot (\vec{A} - \vec{C}) \cdot (\vec{B} - \vec{A})$, $c = \|\vec{A} - \vec{C}\|^2 - 100$ 。有效根范围： $\lambda_i \in [0, 1]$ 。在每一时刻下导弹和烟雾云团的位置都会发生改变，因此需要统计 $t \in [t_{start}, t_{end}] = [5.1s, 25.1s]$ 的时间窗

真目标圆柱体关键采样点分布（共31个点）

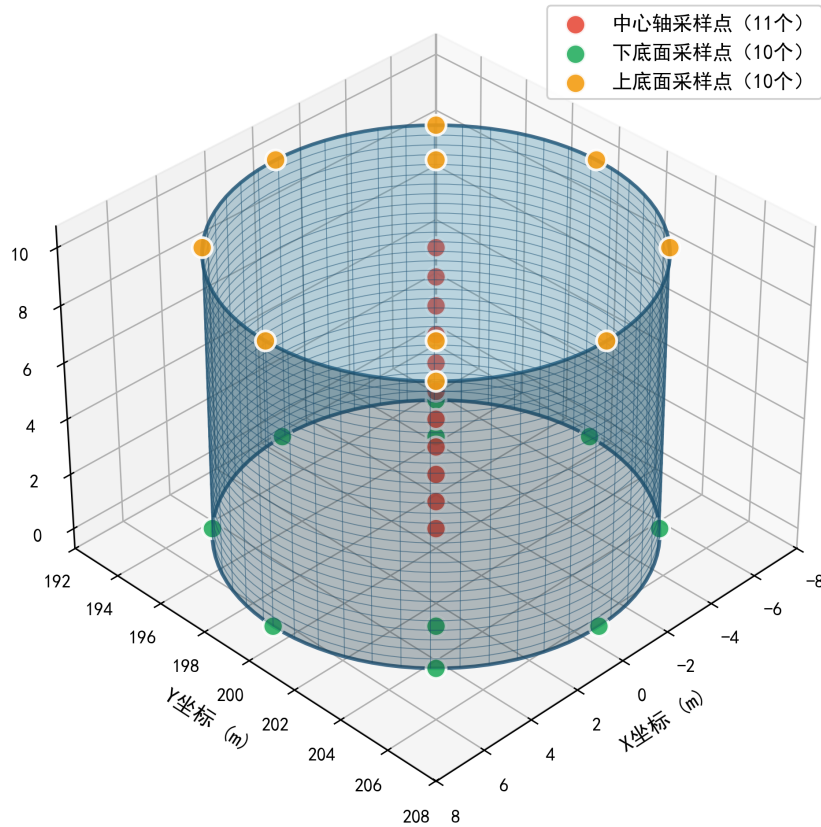


图 2 采样点分布图

口内的每一时刻下的方程成立情况。将统计到的方程成立时刻累加得到最终的有效遮蔽时长。

4.6.1 遍历法求解

在本小问我们选择遍历的方法求解有效遮蔽时长 Δt_s ，步骤如下：将 $t=5.1s$ 时的 $M1(t)$ 和 $S(t)$ 计算得出，设定时间步长 $step = 0.01s$ ，判断导弹与圆柱体每个关键点连线是否与烟雾云团相交。进行多次循环， t 每次增加 $0.01s$ 。在不满足方程或 $t > t_{end}$ 时停止步长增加，此时的 Δt 足够接近实际值，结束求解循环。以伪代码的形式呈现我们的求解过程如下：

```
while t_cureent <= t_end:
    t_probe = t_start + step
    //(Calculate_M 和 Calculate_S 是计算 M1(t) 和 S(t) 的具体函数)
    M_probe = Calculate_M1(t_probe)
    S_probe = Calculate_S(t_probe)

    if Is_Lambda_Equation_Valid(M_probe, S_probe) is true:
        t_current = t_probe
```

```

else: break
delta_t = t_current - t_start
print delta_t

```

4.7 得出有效遮蔽时间

结合以上求解步骤，编写 Python 程序 (附录 A)，可以得出在步长为 0.01s 的有效遮蔽时刻数量为 148 个，由于无人机与导弹运动均为一个连续的过程，因此有效遮蔽时刻在时间窗口内是一个连续分布，故总有效遮蔽时间等于有效遮蔽时刻 $\times$ 步长，即有效遮蔽时长为 $\Delta t_s = 1.48s$ 。开始有效遮蔽时间为 7.97s，截止有效遮蔽时间为 9.44s。由求解结果可知，单个烟幕干扰弹对于目标的遮蔽效果极差，难以形成有效遮蔽窗口期，需要多个烟幕干扰弹的配合使用，才能有效延长遮蔽时间。图3展示了时间轴下的的烟幕有效值遮蔽时长。

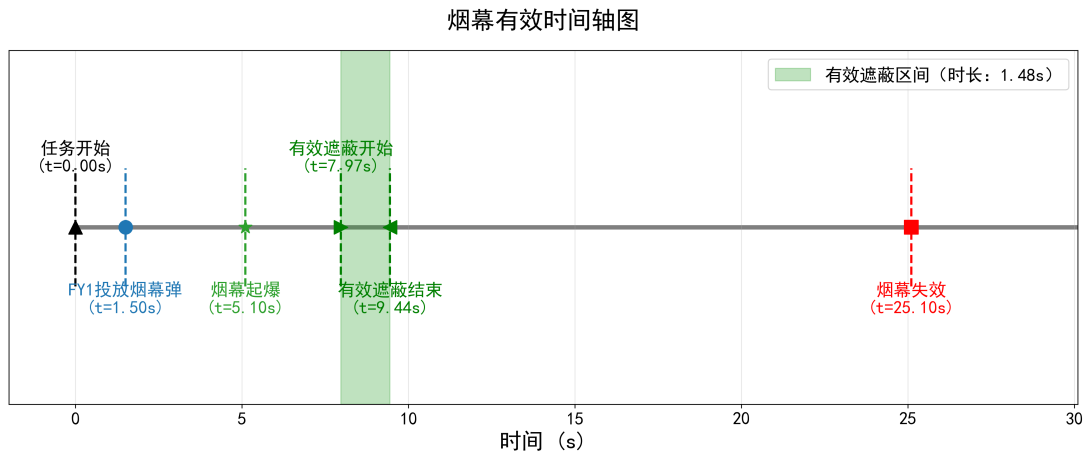


图 3 烟幕有效遮蔽时长图

图4展示了导弹向假目标飞行过程中，从导弹视角观察真目标上的关键点形成的导弹视线，定义视线到烟幕中心点的距离。导弹来袭初期，视线-烟幕中心距离变小，当进入有效阈值 10m 时 (即导弹的视线都会穿过烟幕云团形成的球体)，实现有效遮蔽。导弹飞行后期，视线-烟幕中心距离迅速拉大，烟幕云团遮挡失效。

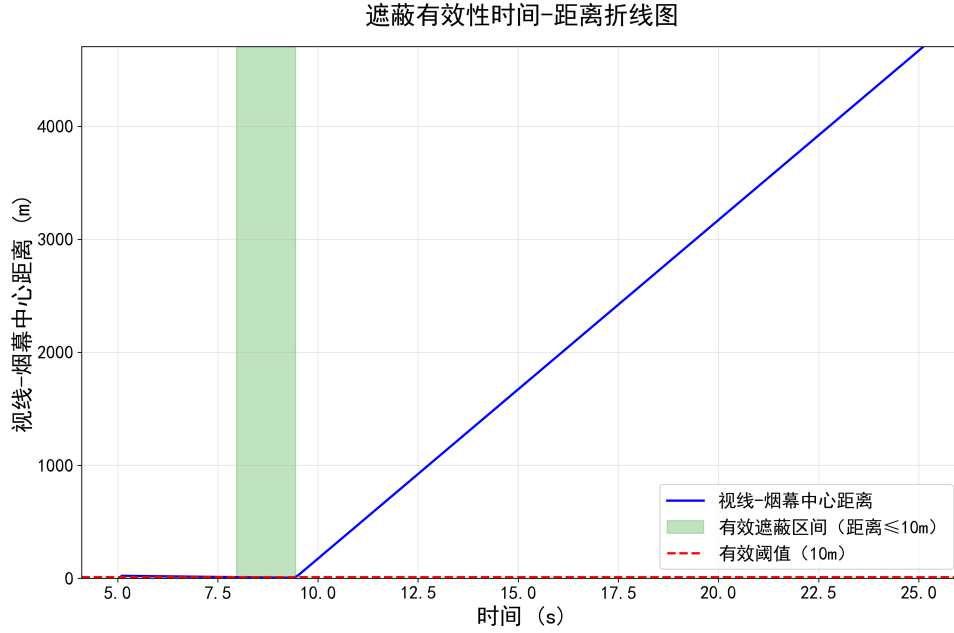


图 4 遮蔽时间与距离关系图

五、问题二模型的建立与求解

5.1 问题分析与建模思路

前文对无人机投放烟幕弹干扰来袭导弹问题进行运动过程拆解与基础分析,对于无人机 FY1 投放单枚烟幕弹以实现遮蔽时间最大化这一情形,我们需要综合考量无人机飞行参数、烟幕弹投放与运动参数等对遮蔽效果的影响,进而构建多约束下的单目标优化模型。

在无人机 FY1 投放单枚烟幕弹干扰导弹 M1 的场景中,每一组无人机的航向角 θ 、飞行速度 v_{FY} 在确定后无法改变,烟幕弹的投放时刻 t_{drop} 、投放至起爆的时间间隔 Δt_{bom} 影响最终烟幕云团的产生位置和运行轨迹,进而会对真目标的有效遮蔽时长产生影响。对于给定的这四个初始条件,我们可以通过一系列运动学分析,得到不同参数组合下烟幕云团对真目标的有效遮蔽时长,概括为 $\Delta t_s = f(\theta, v_{FY}, t_{drop}, \Delta t_{bom})$ 。

实际问题分析中,由于无人机的飞行速度存在上下限约束,且投放时刻与起爆时间间隔需保证烟幕云团有效时间窗口处于导弹飞行过程中,使得问题成为在特定限制条件下的最优解搜索问题。我们的目标是找到一组无人机飞行参数与烟幕弹投放参数,使得烟幕云团对真目标的有效遮蔽时长最长,同时满足各项约束条件,这便转化为了以有效遮蔽时长最大为目标的单目标非线性优化问题。以下是我们针对问题二的建模思路。

问题二是烟幕弹遮蔽时长最大化优化问题。基于无人机飞行参数与烟幕弹运动特性的关联关系,建立以烟幕弹对 M1 的有效遮蔽时长最大为目标,以无人机速度范围、烟幕弹起爆高度下限、烟幕弹有效时间窗口为约束条件的单目标优化模型,并利用粒子群优化算法进行求解,搜索出满足约束条件的最优无人机飞行方向、飞行速度、烟幕弹投

放点及起爆点。流程图如图5所示。

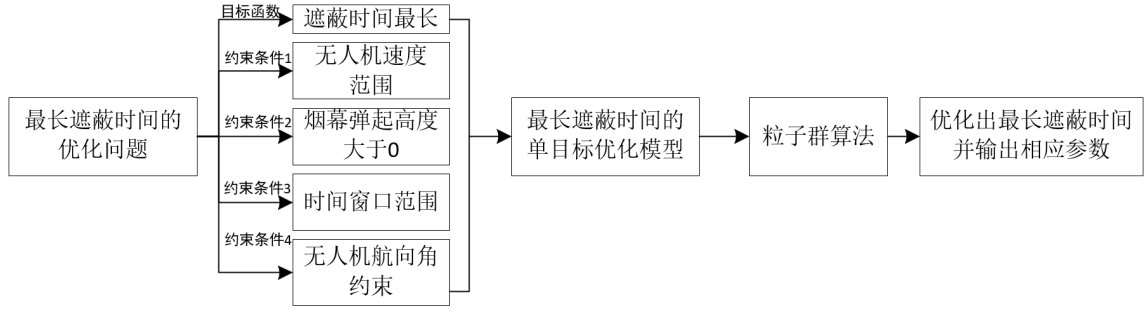


图 5 问题二分析流程图

5.2 最大烟幕遮蔽时间单目标优化模型的建立

问题一中已经分析得出影响烟幕遮蔽时间的四个参数，由此可以建立最大烟幕遮蔽时间的单目标优化模型，构建出相关决策变量、目标函数和约束条件

5.2.1 决策变量和目标函数

决策变量包括两方面, 共计四项参数组合，记作 $X_2 = (\theta, v_{FY}, t_{\text{drop}}, \Delta t_{\text{bom}})$:

- 无人机飞行参数：无人机航向角 θ 和飞行速度 v_{FY} ，在确定后无法改变，无人机保持匀速直线等高飞行。
- 烟幕弹投放参数：无人机在受领任务后的投放时刻 t_{drop} 和投放烟幕弹至起爆的时间间隔 $\Delta t_{\text{bom}} \in [0, 19.17s]$ 。

目标函数为最大有效遮蔽时长 Δt_s , Δt_s 的计算遵循问题一中使用遍历法进行求解，每一时刻下的方程 (5) 是否满足，统计得到在该参数下的有效遮蔽时长。

$$\max \Delta t_s \quad (6)$$

5.2.2 约束条件

1. 无人机速度约束：飞行速度需在 $70 \leq v_{FY1} \leq 140 \text{ m/s}$ 。
2. 烟幕弹起爆高度大于 0：烟幕弹脱离无人机后仅受重力作用，需要满足烟幕弹在自由落体至地面前发生爆炸，即 $1800 - \frac{1}{2} \times g \times \Delta t_{\text{bom}}^2 \geq 0$ ，计算得到 Δt_{det}
3. 投放时刻约束：烟幕云团维持 20s 有效结束的时刻，不能晚于导弹抵达假目标：即 $t_{\text{drop}} + \Delta t_{\text{bom}} + 20 \leq 66.999 \text{ s}$ 。
4. 无人机航向角约束：无人机航向角范围需要在 $[0, 2\pi)$ 范围内。

综上可以形成本题的约束条件公式如下：

$$\text{s.t.} \begin{cases} 70 \leq v_{FY1} \leq 140 \text{ m/s} \\ 1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{\text{bom}}^2 \geq 0 \\ t_{\text{drop}} + \Delta t_{\text{bom}} + 20 \leq 66.999 \text{ s} \\ \theta \in [0, 2\pi) \end{cases} \quad (7)$$

5.2.3 最大烟幕遮蔽时间单目标优化模型的给出

根据以上构建的决策变量、目标函数和约束条件，我们可以构建出以最大遮蔽时间的单目标优化模型：

$$\begin{aligned} & \max \Delta t_s \\ \text{s.t.} & \begin{cases} 70 \leq v_{FY1} \leq 140 \text{ m/s} \\ 1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{\text{bom}}^2 \geq 0 \\ t_{\text{drop}} + \Delta t_{\text{bom}} + 20 \leq 66.999 \text{ s} \\ \theta \in [0, 2\pi) \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

5.3 最大烟幕遮蔽时间单目标优化模型的求解——粒子群算法

在众多启发式算法中，粒子群算法作为一种构造简单、且收敛速度快的算法 [1]。可以实现快速搜索效率和记忆能力的平衡，广泛使用于各种优化问题的求解。其核心思想是在有限的解空间中创建 N 个粒子，每个粒子单独搜索最优解并将最优解向整个构建的粒子群共享，在不断迭代过程中实现优化的目的 [2]。下面给出具体的粒子群算法求解步骤：

Step1 初始化粒子群:

首先, 设定初始粒子数目为 50, 最大的迭代次数为 100。定义第 i 个粒子在第 k 代的位置向量为 5.2.1 给出的四项参数组合 X_2 , 将不同量纲的参数归一化, 避免产生搜索偏向性。

$$\mathbf{X}_i^{(k)} = \left(v_i^{(k)}, \theta_i^{(k)}, t_{\text{drop},i}^{(k)}, \Delta t_{\text{bom},i}^{(k)} \right)^T \quad (9)$$

每个粒子的移动方向和步长为

$$\mathbf{V}_i^{(k)} = \left(v_{v,i}^{(k)}, v_{\theta,i}^{(k)}, v_{t_{\text{drop}},i}^{(k)}, v_{\Delta t_{\text{bom}},i}^{(k)} \right)^T \quad (10)$$

惯性权重初始值 $\omega = 0.9$, 学习因子 $c_1 = c_2 = 2$, 在四项参数组合的优化变量范围内随机生成粒子群。

Step2 计算粒子适应度函数值

计算每个粒子在第 k 代位置向量下的有效遮蔽时间, 为粒子的适应度 $T(\mathbf{X}_i^{(k)})$, 不满足约束条件的粒子适应度设为 0。

Step3 计算个体与全局最优解:

先将每个粒子的适应度值与其历史最优适应度值 $T(\mathbf{P}_i^{(k)})$ 相比较, 若 $T(\mathbf{X}_i^{(k)}) > T(\mathbf{P}_i^{(k)})$, 则将更新该粒子的个体最优位置为当前位置。再将所有粒子的 $T(\mathbf{P}_i^{(k)})$ 与全局最优适应度值相比较, 取最大的个体最优适应度作为全局最优适应度, 用公式可表达为 $\mathbf{G}^{(k+1)} = \arg \max_i T(\mathbf{P}_i^{(k+1)})$ 。

Step3 结束条件:

判断迭代次数是否大于 100, 若小于 100, 则返回 step2 重复计算, 若达到最大迭代次数, 则输出此时的全局最优位置对应的参数组合以及最大遮蔽时长 Δt_s , 结束算法。

通过编写 Python 程序, 编写粒子群算法实现全局寻优迭代, 得到了参数组合的最优解集, 见附录 B, 以下是计算结果的呈现与分析。

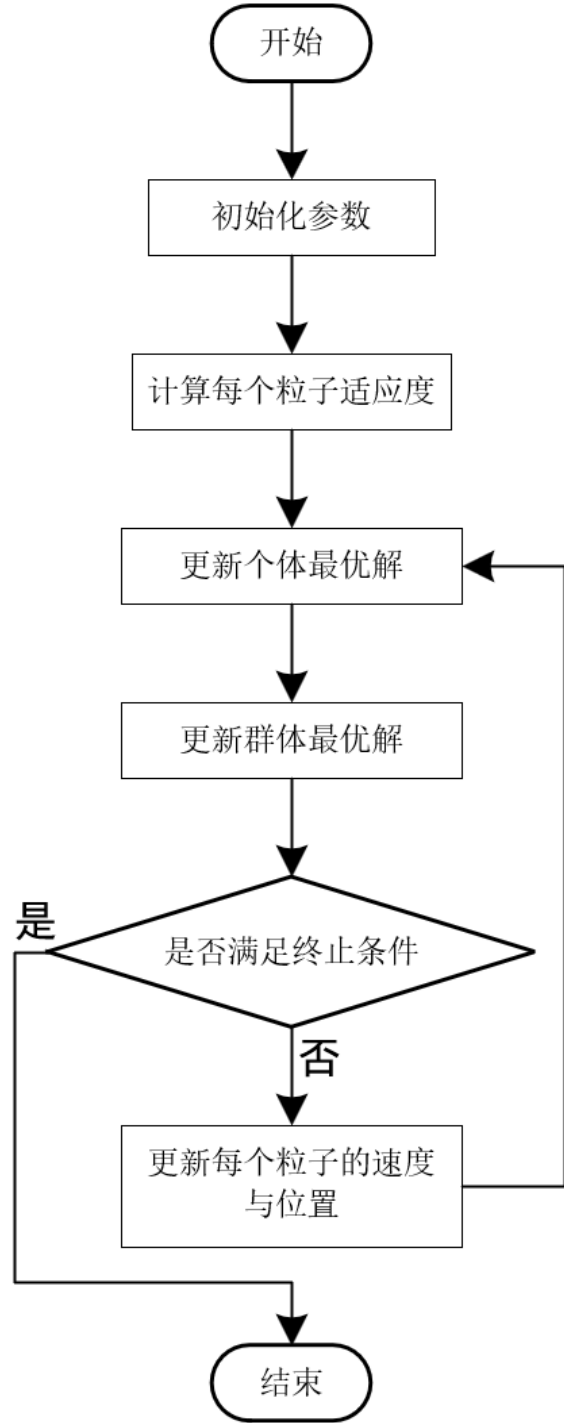


图 6 算法流程图

5.4 结果展示与分析

如图6, 在 200 次的迭代次数下, 粒子更新的有效遮蔽时间初期快速上升, 在迭代 50 次后逐渐趋向平稳, 在 100 次迭代后粒子逐渐搜索到了全局最优的参数组合下的最大遮蔽时间 $\Delta t_s = 5.1s$ 。

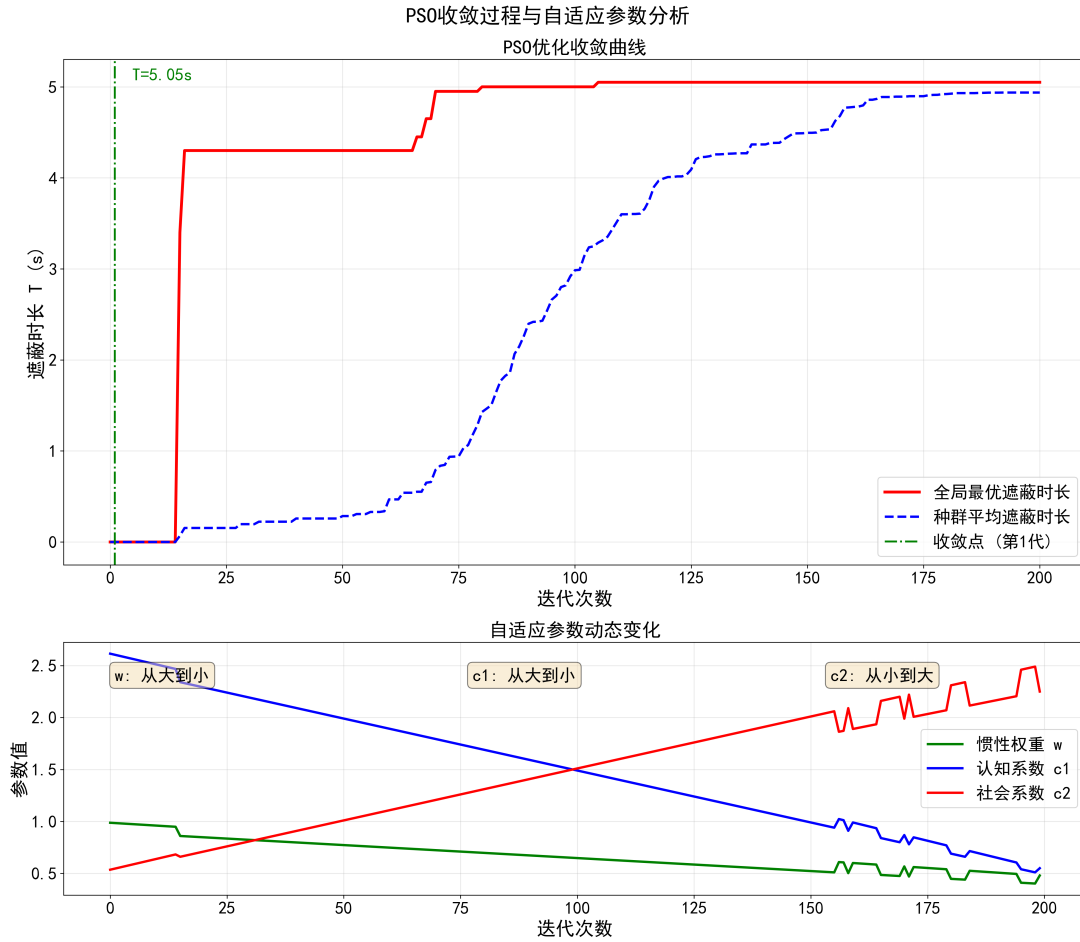


图 6 PSO 迭代收敛曲线图

图6还展示 200 次迭代下的惯性权重 w 、认知系数 $c1$ 和社会系数 $c2$ 在迭代过程中的变化情况。惯性权重 w 代表了粒子对前一代学习速度的继承情况, 其在每次迭代过程中会逐渐下降, 降低搜索速度以找到更加精确的最优结果。认知系数 $c1$ 和社会系数 $c2$ 分别表示粒子从个体最优值和全局最优值上的学习比例, $c1$ 会逐渐变小, $c2$ 会逐渐增大。这是因为迭代初期粒子优先趋向于回顾自己已找到的最优位置, 增强个体的探索能力, 迭代后期粒子会逐渐向全局最优位置靠近, 增加群体的协作能力。图7展示的是部分粒子的运动轨迹图, 以及搜索到的最优粒子轨迹和最优解, 由于解空间庞大, 仅展示了部分全局最优轨迹图。右边展示的是在迭代过程中种群多样性的变化情况, 由于粒子在不断迭代中会逐渐靠近全局最优粒子, 发生集聚现象, 种群的多样性降低。

得到的无人机飞行参数和烟幕弹投放参数见表2。由最大遮蔽时间 $\Delta t_s = 5.05s$ 可

粒子群运动轨迹与多样性分析

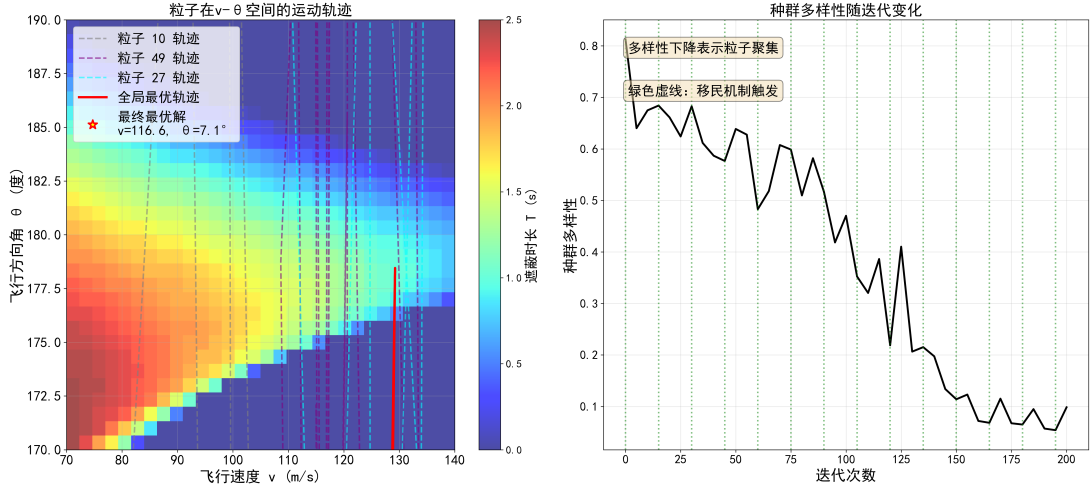


图 7 粒子运动轨迹图

得，相较于问题一的给定参数形成的遮蔽时间，采用粒子群算法优化后的最佳参数组合下的遮蔽时间增加了 241%。无人机在 $t=0.1195s$ 时投放烟幕干扰弹，延迟 $0.6603s$ 后烟幕干扰弹发生爆炸。在 $t=0.93s$ 时开始实现有效遮蔽，经历 $5.05s$ 的有效遮蔽时间。

表 2 最佳参数表

v_{FY}	θ	t_{drop}	Δt_{bom}	起爆点坐标	Δt_s
$116.61m/s$	7.14°	$0.1195s$	$0.6603s$	$(17890.22, 11.3, 1797.8)m$	$5.05s$

六、问题三模型的建立与求解

6.1 问题分析与建模思路

基于前两问对无人机投放单枚烟幕弹干扰导弹问题的分析与求解，对于无人机 FY1 投放三枚烟幕弹干扰导弹 M1 的场景，每一组无人机的飞行参数（航向角、飞行速度）以及三枚烟幕弹各自的投放参数（投放时刻、投放至起爆的时间间隔），都会对应不同的烟幕弹起爆后形成的云团运动轨迹，进而影响对真目标的有效遮蔽时长。由问题二的有效遮蔽时长 $5.1s$ 可得仅一枚烟幕干扰弹形成的干扰时间仍然不足以形成实质性的干扰空窗期，需要增加烟幕干扰弹的数量。通过运动学与几何分析，可以得到不同参数组合下三枚烟幕云团对于真目标的有效遮蔽时长，记为 (11)

$$\Delta t_s = f(\theta, v_{FY}, t_{drop1}, \Delta t_{bom1}, t_{drop2}, \Delta t_{bom2}, t_{drop3}, \Delta t_{bom3}) \quad (11)$$

其中 $t_{drop i}$ 为第 i 枚烟幕弹投放时刻， $\Delta t_{bom i}$ 为第 i 枚烟幕弹投放至起爆的时间间隔。

实际情况中, 由于任意两枚烟幕弹的投放间隔至少为 1s。且需要保证三枚烟幕云团的有效时间窗口均处于导弹飞行过程中, 这些约束条件使得问题三成为在特定限制条件下的最优解规划问题, 且核心是同一平台下多个烟幕干扰弹的协同问题。我们需要找到一组无人机飞行参数与三枚烟幕弹的投放参数, 使得三枚烟幕云团形成的有效遮蔽时间最长, 由此可以构建出决策变量与目标函数, 形成以总有效遮蔽时长最大为目标的单目标非线性优化问题。

综上所述, 我们希望找到一组可行的无人机飞行与三枚烟幕弹投放参数组合, 由于该优化问题中目标及约束条件涉及复杂的运动学与几何关系且维度较高, 多为复杂的非线性关系, 难以用一般的线性规划方法解决, 我们决定采用改进粒子群优化算法来求解。普通粒子群算法在求解高维决策变量的求解过程中常常陷入局部最优解 [3], 采用自适应惯性权重的改进粒子群算法, 在每轮迭代过程中根据粒子的运动状态动态调整各个粒子的惯性权重, 可有效减少粒子群体的无效迭代次数, 避免陷入局部最优 [4]。同时针对 PSO 搜索精细度不好的问题, 采取局部优化的方法, 确保最终解精度

6.2 多烟幕弹投放遮蔽时间优化模型的建立

问题二中已经分析得出影响烟幕遮蔽时间的四个参数, 本题将烟幕干扰弹的数量增加到了三个, 由此可以建立最大烟幕遮蔽时间的单目标优化模型, 构建出相关决策变量、目标函数和约束条件。

6.2.1 决策变量和目标函数

决策变量包括两方面, 共计 8 项参数组合, 记作 (12)

$$X_3 = (\theta, v_{FY}, t_{\text{drop } 1}, \Delta t_{\text{bom } 1}, t_{\text{drop } 2}, \Delta t_{\text{bom } 2}, t_{\text{drop } 3}, \Delta t_{\text{bom } 3}) \quad (12)$$

- 无人机飞行参数: 无人机航向角 θ 和飞行速度 v_{FY} , 在确定后无法改变, 无人机保持匀速直线等高飞行。
- 烟幕弹投放参数: 无人机在受领任务后第 i 枚烟幕弹投放时刻 $t_{\text{drop } i}$, 第 i 枚烟幕弹投放至起爆的时间间隔 $\Delta t_{\text{bom } i}$ 。

目标函数为最大有效遮蔽时长 Δt_s , Δt_s 的计算遵循问题一中使用遍历法进行求解每一时刻下的方程 (5) 是否满足, 统计得到在该参数下的有效遮蔽时长。每个烟幕云团形成的有效遮蔽时间段不会重复, 可将三个时间段累加进行目标函数。

$$\max \sum_{i=1}^3 \Delta t_{si} \quad (13)$$

6.2.2 约束条件

1. 无人机速度约束: 飞行速度需在 $70 \leq v_{FY} \leq 140 \text{ m/s}$ 范围内。

2. 烟幕弹起爆高度大于 0：烟幕弹脱离无人机后仅受重力作用，需要满足烟幕弹在自由落体至地面前发生爆炸，即 $1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{bomi}^2 \geq 0$ ，计算得到 $\Delta t_{bomi} \leq 19.16s$ 。
3. 投放时刻约束：烟幕云团有效维持时长为 20s，需要确保其结束时刻不能晚于导弹到达假目标时刻：即 $t_{drop\ i} + \Delta t_{bomi} + 20 \leq 66.999\ s$
4. 投放间隔约束：为确保投放过程的合理性与安全性，规定每架无人机投放两枚烟幕干扰弹至少间隔 1 秒。对于任意两枚烟幕弹的投放时刻 $t_{drop\ i}$ 和 $t_{drop\ j} (i \neq j)$ ，需要满足 $|t_{drop\ i} - t_{drop\ j}| \geq 1$ 。
5. 无人机航向角约束：无人机航向角范围需要在 $[0, 2\pi)$ 范围内。

综上可以形成本题的约束条件公式如下：

$$\text{s.t.} \begin{cases} 70 \leq v_{FY} \leq 140\ \text{m/s} \\ 1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{bomi}^2 \geq 0 \\ t_{drop\ i} + \Delta t_{bomi} + 20 \leq 66.999\ \text{s} \\ \theta \in [0, 2\pi) \\ |t_{drop\ i} - t_{drop\ j}| \geq 1 \end{cases} \quad (14)$$

其中 $i, j \in [1, 3]$ 且 $i \neq j$ 。

6.2.3 最大烟幕遮蔽时间单目标优化模型的给出

根据以上构建的决策变量、目标函数和约束条件，我们可以构建出以最大遮蔽时间的单目标优化模型：

$$\begin{aligned} & \max \sum_i^3 \Delta t_{si} \\ & \text{s.t.} \begin{cases} 70 \leq v_{FY} \leq 140\ \text{m/s} \\ 1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{bomi}^2 \geq 0 \\ t_{drop\ i} + \Delta t_{bomi} + 20 \leq 66.999\ \text{s} \\ \theta \in [0, 2\pi) \\ |t_{drop\ i} - t_{drop\ j}| \geq 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

6.3 多烟幕弹投放遮蔽时间优化问题的求解——改进粒子群算法

5.3 节已经介绍了利用粒子群算法求解单目标优化模型的步骤，每个粒子迭代速度可以表示为

$$\mathbf{V}_i^{(k+1)} = \omega_i^t \cdot \mathbf{V}_i^{(k)} + c_1 r_1 \cdot (\mathbf{P}_i^{(k)} - \mathbf{X}_i^{(k)}) + c_2 r_2 \cdot (\mathbf{G}^{(k)} - \mathbf{X}_i^{(k)}) \quad (16)$$

其中 ω_i^t 为粒子 i 在第 t 次迭代中的取值， $\mathbf{P}_i^{(k)}$ 表示第 i 个粒子的历史最优适应度， $\mathbf{G}^{(k)}$ 为全局适应度。 $(\mathbf{P}_i^{(k)} - \mathbf{X}_i^{(k)})$ 为自我学习量， $(\mathbf{G}^{(k)} - \mathbf{X}_i^{(k)})$ 为社会学习量 [4]。随着迭

代次数的增加，一般情况下 ω 会线性减小 [5], 在寻优过程中会逐渐降低寻找速度。但在求解高维复杂问题时会出现大量粒子群体的无效迭代，严重影响 PSO 算法的收敛能力。在后期的局部搜索中常由于种群多样性过低容易陷入局部最优，无效迭代次数增加。针对以上问题，我们对现有的粒子群算法做出如下改进：

1. **自适应惯性权重**：添加每次迭代过程中粒子的适应度值监控机制。对于适应度变差的粒子惯性权重变为 0，适应度变好的粒子惯性权重继续延续线性递减。若在之后的迭代过程中适应度值发生改进，则惯性权重继续延续线性递减。
2. **局部增强策略**：采取多种策略，粒子进行自适应变异处理，减少局部收敛风险；采用禁忌搜索方法，优化局部搜索精度和分布式探索，减少收敛到局部最优的可能；采用种群重启的办法，强制跳出局部最优。

- **自适应变异处理**：当种群多样性 $CD < 0.015$ 时，触发变异操作，对每个粒子添加正态分布扰动，并修正参数范围，种群多样性公式如下： $\mathbf{X}_i^{(k)}$ 表示第 i 个粒子对的欧式距离， $\bar{\mathbf{X}}^{(k)}$ 为第 k 代所有粒子对的欧式距离均值，即计算粒子间距离的标准差。

$$D = \sqrt{\frac{1}{NP-1} \sum_{k=1}^{NP} \left(\mathbf{X}_i^{(k)} - \bar{\mathbf{X}}^{(k)} \right)^2} \quad (17)$$

添加的变异操作可以用如下公式表示 $X_{i,j}^{new} = X_{i,j}^{old} + N(0, \sigma')$ ， $x_{i,j}$ 表示第 i 个粒子的第 j 个维度。改进后的变异操作集成在代码的 `adaptive mutation()` 函数下。

- **禁忌搜索**：通过建立禁忌列表，避免粒子重复访问适应度较差的区域，即减少对有效遮蔽时间较短的参数空间区域访问。对适应度排名前 20% 的精英粒子优化局部搜索。生成 5 个相邻域解，公式如下。 $x_{i,j,k}^{neigh}$ 为第 i 个精英粒子的第 j 维解空间下的第 k 个领域解，其中 $\delta_{j,k}$ 为随机变量，有 20% 概率调整该维度，取移动的步长 Δ_j 分别为， $v_{FY1} \pm 2 \text{ m/s}$, θ 为 $\pm 0.1 \text{ rad}$ ，其余时间参数 $t_{drop i}$ 和 $\Delta t_{bom i}$ 为 $\pm 0.1 \text{ s}$

$$x_{i,j,k}^{neigh} = x_{i,j}^{old} + \delta_{j,k} \times \Delta_j \quad (18)$$

比较设定禁忌列表中 x_t 与生成的领域解 x_{neigh} 的欧式距离，小于 $\epsilon = 0.01$ 时判定为禁忌解，不允许进行迭代。编写的禁忌搜索操作集成在代码的 `tabu search enhancement()` 函数下

- **种群重启**：保留种群中 20% 的精英粒子直接作为新种群的起始部分，对于搜索到较差有效遮蔽时长的粒子予以重启，重新初始化 50% 的粒子，选取每一维度下的上下界，满足约束条件。公式如下：其中 L_j, U_j 为维度 j 的下界和上界

$$x_{k,j}^{init} = L_j + \text{rand}(0, 1) \times (U_j - L_j) \quad (19)$$

在代码编写的 `pso optimize q3 enhanced()` 函数下直接实现了种群重启操作

```

Algorithm: 改进粒子群算法求解最大烟幕遮蔽时长 (EPSO)
Input:    pop_size      ;max_iter// 种群规模和最大迭代次数
参数范围 [xmin, xmax]
增强策略参数 {mutation_rate, chaos_prob, crossover_prob,
              local_search_prob, multi_swarm_prob,
              restart_ratio, elite_ratio, temperature_decay, ...}
Output:    g_best;      g_best_val // 全局最优解和全局最优适应度值

初始化:
在 [0,1]^D 中随机生成粒子位置  $X_i$ 
初始化速度  $V_i$ 
计算适应度  $f(X_i)$ , 设置个体最优 pbest_i
选出全局最优 g_best
初始化 no_improvement_count = 0, temperature = 1.0

迭代过程 ( $t = 1, \dots, \text{max\_iter}$ ):    自适应更新惯性权重  $w$ 

for i in pop_size:
    选择邻域最优 lbest 或全局最优 g_best 作为信息源
    更新速度  $V_i \leftarrow wV_i + c1 \cdot \text{rand}() \cdot (\text{pbest}_i - X_i) + c2 \cdot \text{rand}() \cdot (\text{best} - X_i)$ 
    更新位置  $X_i \leftarrow X_i + V_i$ , 并修正边界与约束
    计算适应度  $f(X_i)$ , 更新 pbest 与 g_best
    计算种群多样性 diversity
    更新无改进计数 no_improvement_count

do 增强策略:
    if diversity < 阈值:    执行自适应变异 (高斯/自适应扰动)
        随机概率 chaos_prob:
            执行混沌变异
        随机概率 local_search_prob:    对精英个体执行局部搜索 (禁忌搜索增强)
        随机概率 crossover_prob:    对精英个体执行交叉, 替换劣质个体
        随机概率 multi_swarm_prob:    执行多子群优化
        if temperature 下降到低值 and 连续无改进:    执行模拟退火接受机制
        if 连续无改进 and diversity 过低:    执行种群重启 (保留精英, 其余随机重置)
        记录优化历史 ( $t, g\_best\_val, \text{mean\_pbest\_val}$ )

if no_improvement_count 超过阈值:    提前终止
    迭代结束:
        在 g_best 附近执行局部搜索优化
        output g_best 与 g_best_val

```

使用伪代码的形式对改进后的粒子群算法进行阐述如上 [9]: 我们通过针对问题二中编写的 Python 代码进行改进, 编写程序实现对每次迭代下的粒子适应度状态进行有效监控, 在每次迭代过程中都趋向最大烟幕遮蔽时长, 在 `pso optimize enhanced()` 函数中集成了整个问题求解的基本步骤, 得到最大烟幕遮蔽时间 Δt_s , 编写的 Python 程序见

附录 C。图8展示的是 200 次迭代过程中的收敛曲线与种群多样性变化。种群多样性变化曲线体现了改进后的自适应变异操作和种群重启操作。在近 50 次的迭代后，粒子收敛到了最佳联合遮蔽时长。

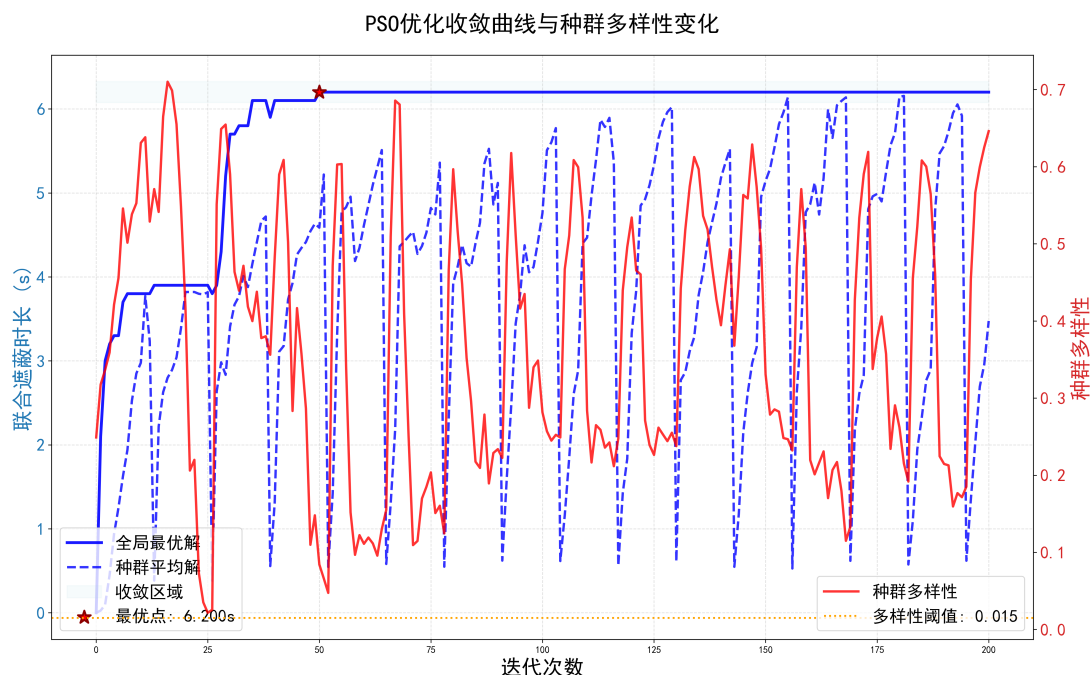


图 8 PSO 运行情况图

6.4 结果展示与分析

根据以上建模过程，我们可以求得无人机 FY1 投放 3 枚烟幕干扰弹的具体参数组合策略如表3，以及实现的有效遮蔽时间 Δt_s ，并将结果保存到文件 result1.xlsx 中。得到的联合有效遮蔽时长为 6.2s

表 3 result1

θ	v_{FY1} (m/s)	编号	投放点 (x,y,z)m	起爆点 (x,y,z)m	Δt_s
7.07°	120.35m/s	1	(17811.94,1.48,1800)	(17823.95,2.97,1799.95)	3.3s
		2	(17931.37,16.29,1800)	(17943.32,17.77,1799.5)	4.6s
		3	(18059.7,32.2,1800)	(18175.11,46.51,1795.42)	0s

同时还得到了每个烟雾弹的投掷与爆炸参数，以及每个烟幕云团的有效遮蔽时段，见表4。形成的两个有效遮蔽时段有重叠，选取的是 [1.2002s,7.4002s] 的有效遮蔽时间段，即有效遮蔽时间为 6.2s。

表 4 result1 补充

编号	$t_{\text{drop } i}$	$\Delta t_{\text{bom } i}$	起爆时刻	有效遮蔽时段
1	0.1s	0.1002s	0.2002s	[1.2002, 4.6002]s
2	1.1s	0.1s	1.2s	[4.2000, 7.4000]s
3	2.17s	0.97s	3.14s	无有效遮蔽区间

第三枚烟幕干扰弹无论在何时投下，都无法形成有效烟幕干扰，原因是导弹飞行速度过快，初期无人机的飞行轨迹可以覆盖导弹视线，在此投下的烟幕干扰弹可以形成有效值遮蔽时长，但当导弹不断接近假目标时，无人机无论在何时投下烟幕干扰弹，都无法覆盖导弹与真目标的视线，形成有效遮蔽区间。3D 模拟烟幕干扰情况可以由图9直观呈现，便于理解。

3D空间烟幕干扰态势图

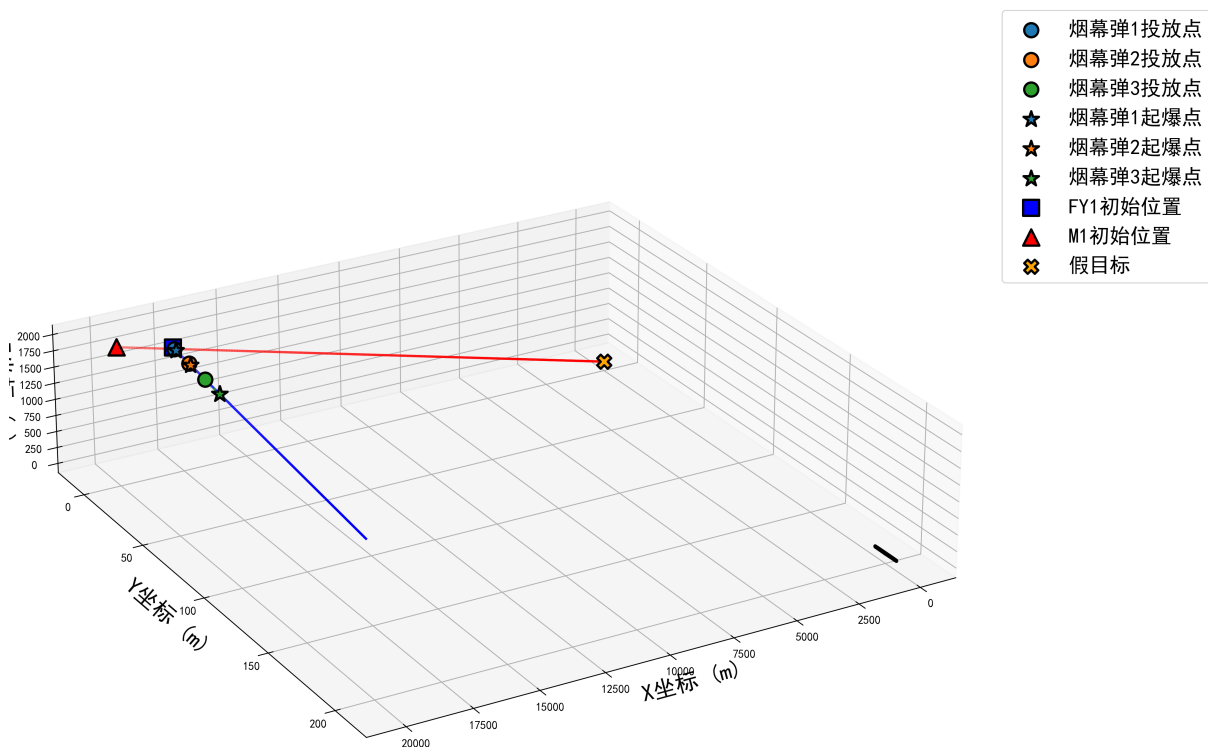


图 9 3D 烟幕干扰态势图

七、问题四模型的建立与求解

7.1 问题分析与建模思路

基于前三问的模型建立与求解，我们对于单架无人机透支烟幕干扰弹的场景已做了详细的分析，明确了无人机的飞行参数和烟幕弹投掷爆炸参数会对真目标的有效遮蔽时间产生影响。问题四场景拓展为多架无人机 (FY1,FY2,FY3) 各投放一个烟幕干扰弹对 M1 进行干扰，求解有效遮蔽时间。在整个过程中，每架无人机的飞行参数、烟幕弹投放与起爆时间相互影响，会使烟幕弹云团的有效遮蔽时段产生叠加或互补。为让真目标的有效遮蔽时间尽可能长，我们需分别对三架无人机的飞行速度、航向，烟幕弹的投掷和爆炸时间进行调整和优化，消除多架无人机协同可能带来的遮蔽空白，使真目标能被持续或更久地遮蔽。

由前三问启发，我们同样构建出多架无人机协同的烟幕弹投掷最优规划问题，首先确定目标函数和决策变量。目标函数是三个烟幕云团形成的有效遮蔽时间总和最大。决策变量为三架无人机的飞行参数和干扰弹的投掷时刻和爆炸时刻，共计 12 项决策参数，都为连续决策变量。该问题的约束条件主要包括了各无人机的独立运动约束与烟幕弹物理特性约束，忽略了无人机之间的位置冲突。

综上，我们希望求解最大遮蔽时间的无人机协同优化问题，得到一个合理且可行的多无人机协同方案，由于该优化问题中目标及约束条件均为复杂的非线性关系，我们决定采用智能优化算法来进行合理地解决。

7.2 无人机协同遮蔽时间优化模型的建立

问题二中已经分析得出影响烟幕遮蔽时间的四个参数，本题将无人机的数量增加到了三个，由此可以建立最大烟幕遮蔽时间的无人机协同优化模型，构建出相关决策变量、目标函数和约束条件。

7.2.1 决策变量和目标函数

决策变量包括两方面, 共计 12 项参数组合，记作 (20)

$$X_4 = (\theta_i, v_{FYi}, t_{\text{drop } 1}, \Delta t_{\text{bom } 1}, t_{\text{drop } 2}, \Delta t_{\text{bom } 2}, t_{\text{drop } 3}, \Delta t_{\text{bom } 3}) \quad (20)$$

- 无人机飞行参数：第 i 个无人机航向角 θ_i 和飞行速度 v_{FYi} ，在确定后无法改变，无人机保持匀速直线等高飞行。($i \in [1, 3]$)
- 烟幕弹投放参数：第 i 个无人机在受领任务后的烟幕弹投放时刻 $t_{\text{drop } i}$ ，烟幕弹投放至起爆的时间间隔 $\Delta t_{\text{bom } i}$ 。

目标函数为三架无人机投射的烟幕弹形成的有效遮蔽时长 Δt_s 最大化, 每个烟幕云团产生的有效遮蔽时间区间的计算遵循问题一中使用遍历法进行求解每一时刻下的方

程 (5) 是否满足, 统计得到在该参数下的有效遮蔽时长。由于不同烟幕云团的有效遮蔽时段可能产生叠加或互补, 需要对整体有效遮蔽时长作重新定义。设第 i 枚烟幕弹的有效遮蔽时间区间为 $[t_{i, \text{start}}, t_{i, \text{end}}]$ ($i = 1, 2, 3$): 则目标函数可以定义为无重复的总有效遮蔽区间最大化:

$$\max \bigcup_{i=1}^3 [t_{i, \text{start}}, t_{i, \text{end}}] \quad (21)$$

目标函数可以自动处理时段重叠的情况。

7.2.2 约束条件

1. 无人机速度约束: 飞行速度需在 $70 \leq v_{FY} \leq 140 \text{ m/s}$ 范围内。
2. 烟幕弹起爆高度大于 0: 烟幕弹脱离无人机后仅受重力作用, 需要满足烟幕弹在自由落体至地面前发生爆炸, 即 $1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{\text{bom}i}^2 \geq 0$, 计算得到 $\Delta t_{\text{bom}i} \leq 19.16 \text{ s}$ 。
3. 投放时刻约束: 烟幕云团维持 20s 有效结束的时刻, 不能晚于导弹抵达假目标: 即 $t_{\text{drop}i} + \Delta t_{\text{bom}i} + 20 \leq 66.999 \text{ s}$ 。
4. 无人机航向角约束: 无人机航向角范围需要在 $[0, 2\pi)$ 范围内

综上可以形成本题的约束条件公式如下:

$$\text{s.t.} \begin{cases} 70 \leq v_{FY} \leq 140 \text{ m/s} \\ 1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{\text{bom}i}^2 \geq 0 \\ t_{\text{drop}i} + \Delta t_{\text{bom}i} + 20 \leq 66.999 \text{ s} \\ \theta \in [0, 2\pi) \end{cases} \quad (22)$$

其中 $i, j \in [1, 3]$ 且 $i \neq j$ 。

7.2.3 最大烟幕遮蔽时间无人机协同优化模型的给出

根据以上构建的决策变量、目标函数和约束条件, 我们可以构建出最大遮蔽时间的无人机协同优化模型:

$$\begin{aligned} & \max \bigcup_{i=1}^3 [t_{i, \text{start}}, t_{i, \text{end}}] \\ & \text{s.t.} \begin{cases} 70 \leq v_{FY} \leq 140 \text{ m/s} \\ 1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{\text{bom}i}^2 \geq 0 \\ t_{\text{drop}i} + \Delta t_{\text{bom}i} + 20 \leq 66.999 \text{ s} \\ \theta \in [0, 2\pi) \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

7.3 无人机协同优化模型的求解-改进的自适应变异粒子群算法

5.3 节已给出利用粒子群算法求解单目标优化模型的步骤，6.3 节在多烟幕弹投放遮蔽优化问题中使用改进后的粒子群算法进行了求解，对惯性权重进行自适应调整，并添加局部增强策略，以避免陷入局部最优解。问题四的解空间维度进一步增加，计算量和计算维度庞大，陷入局部最优解的可能性进一步加大，需要在问题三的基础上对粒子群算法作进一步改进，改进筛选策略，减小搜索范围。在优域内通过增强 PSO 和并行计算方式，逐步逼近最大遮蔽时间的最佳参数组合。

7.3.1 重叠分段筛选策略

图10展示了问题二中四个参数对于遮蔽时长的影响，可以发现不同参数的变化对于求解有效遮蔽时长的影响由较大差异，相对于无人机飞行方向、投放延迟时间、起爆延迟时间，改变无人机的飞行速度对于求解有效遮蔽时长不敏感。而改变其他参数对于有效遮蔽时长会产生明显差异，需要分段对无人机飞行速度参数进行合理优化，以求得最大遮蔽时长。

对此我们针对无人机飞行速度区间 $v_{FYi} \in [70, 140]m/s$ 进行分段处理，同时为了避免因分段过粗导致最优解落在分段间隙，将三架无人机的速度范围均划分为三个重叠分段，确保相邻分段下均有 $4m/s$ 的重叠，无搜索盲区，三个速度分段为： $[70, 92]m/s$ 、 $[88, 112]m/s$ 、 $[108, 140]m/s$ 。相关的代码集成到了 `segmented optimize q4()` 函数中。

7.3.2 Top-K 评估筛选

对于形成的 3 架无人机的三个速度区间进行组合，共得到 27 种速度分段组合形式。通过编写代码对每一种组合下应用改进后的 PSO 优化算法，得到当前组合下的最大联合遮蔽时长，作为当前组合下的评分。将每种组合下的评分进行降序排序处理，选取前 2 种组合下评分最高的组合，后续全组合并行计算仅仅在这两个优域内处理。相对于仅使用改进后的 PSO 优化算法，通过评估筛选能明显降低搜索范围，更快找到全局最大有效遮蔽范围。相关的实现逻辑集成在程序 `select topk safe()` 函数和 `q4 run segment combo()` 函数中

优化变量可行域与物理意义分析

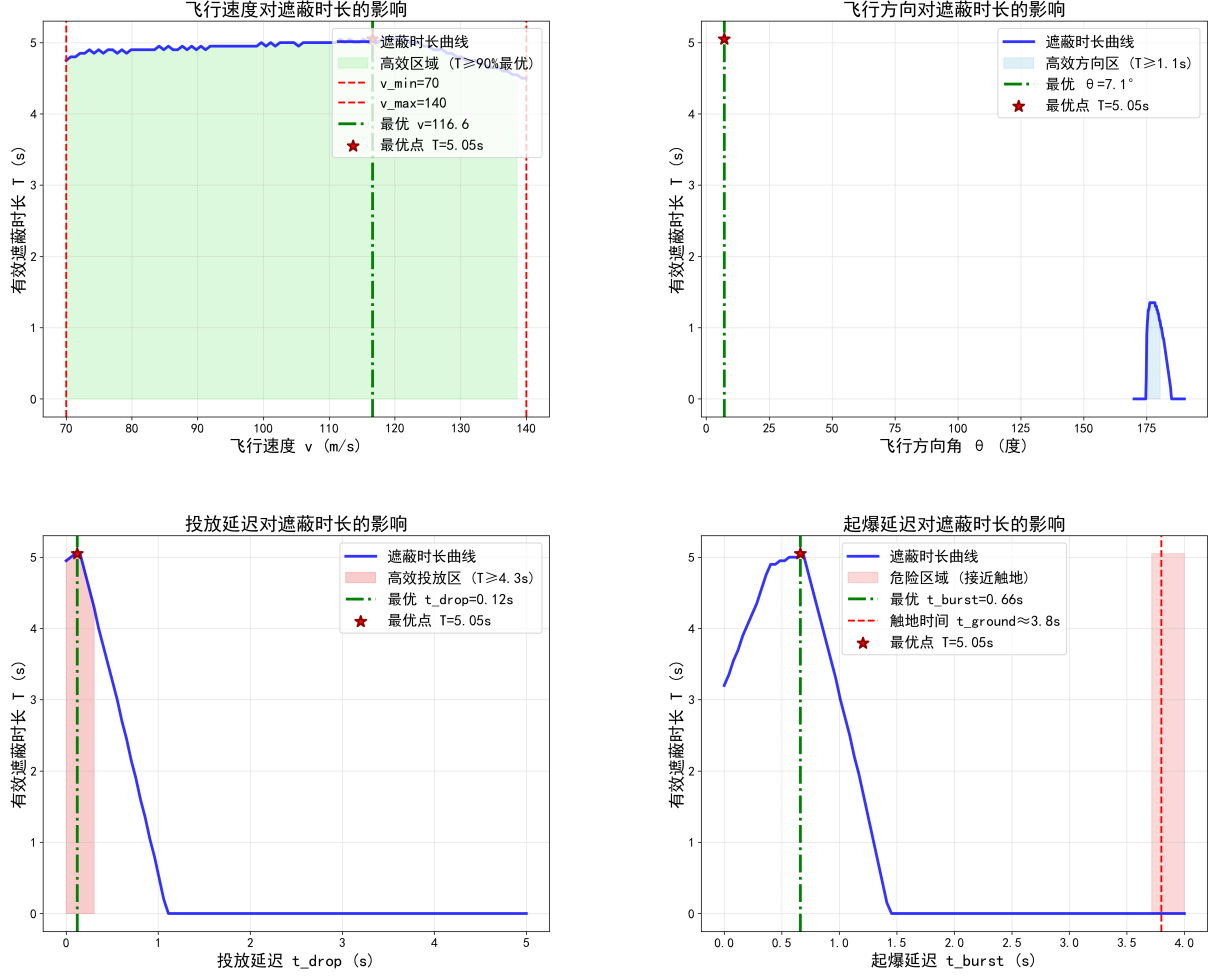


图 10 不同变量对遮蔽时长的影响图

7.4 结果求解与分析

通过对问题三编写的 Python 代码应用重叠分段策略和 Top-K 评估筛选，编写的代码间附录 D 我们可以评估到有效遮蔽时长最高的两个速度区间组合分别为

1. $v_{FY1} \in [70, 92], v_{FY0} \in [88, 112], v_{FY3} \in [108, 140]$
2. $v_{FY1} \in [70, 92], v_{FY0} \in [108, 140], v_{FY3} \in [108, 140]$

确定好最佳速度区间组合后，再次应用问题三中改进的 PSO 算法，初始化粒子种群数为 80，经历 200 次迭代后得到最终的每个烟幕云团的有效遮蔽时长如表1所示，得到的整体有效遮蔽时长 $\Delta t_s = 11.14s$ ，将无人机的飞行参数与烟幕弹的投掷爆炸参数填入 result2.xlsx。三架无人机协同投弹形成的烟幕云团可以实现有效遮蔽时长的进一步增加，为求解问题五打下了基础。

表 5 result2

无人机编号	θ_i	v_{FY_i} (m/s)	投放点 (x,y,z)m	起爆点 (x,y,z)m	Δt_s
FY1	1.507°	70	(17765.01,0.92,1800)	(17575.64,5.9,1764.11)	8.14s
FY2	310°	100	(11523.66,679.09,1400)	(11108.64,45.39,1120.69)	6.71s
FY3	72.225°	130	(6426.83,-239.7,700)	(6476.5,81.48,669.38)	3s

八、问题五模型的建立与求解

8.1 问题分析与建模思路

前四问的核心问题均围绕单一维度展开，针对的是单一干扰弹的基础遮蔽场景，而问题五进一步升级为多维度下多场景的有效遮蔽时间优化问题，不仅考虑多枚导弹来袭，还对每个无人机的投弹量进行资源分配来求解整体有效遮蔽时间。解决此类问题首先要构建决策变量和目标函数，在问题五中，决策变量的维度激增，不仅包括了 5 架无人机的飞行参数，还包括了每架无人机投弹数量和投掷爆炸参数。决策变量之间相互耦合，互相影响，难以通过调整某一参数实现遮蔽时间最大化。同时，离散决策变量和连续决策变量的同时出现也让问题变得更加复杂。目标函数方面，需要综合考虑对三枚导弹产生的遮蔽时长，烟幕云团的放置不仅需要实现单个导弹的遮蔽时间最大化，还要平衡多导弹的有效遮蔽时长。整个的问题求解是一个复杂非线性优化问题，其核心是在多枚导弹的遮蔽需求之间进行优先级平衡。

约束条件主要由几方面组成：(1) 无人机速度和方位约束，每架无人机携带的干扰弹数量约束 (2) 每架无人机的投弹间隔至少为 1s (3) 干扰弹从投放到爆炸的时间不能晚于导弹抵达真目标，且爆炸后的烟幕云团要处于有效空域。

综上所述，我们希望求解得到一个合理的烟幕云团遮蔽协作方案。由于该优化问题中具有连续决策变量和离散决策变量，且决策变量之间的耦合性较高，选择普通的优化算法已经难以求解。借助自适应双坐标系的差分进化算法 ($ABSDE_{mv}$) 来求解这种混合变量优化问题 (Mixed-variable Optimization Problems, MVOPs)[6]。

8.2 最大烟幕遮蔽时间混合变量优化模型的建立

前四个问题中已经分析得出影响烟幕遮蔽时间的四个参数，本题将无人机的数量增加到了 5 个，并增加为 3 枚导弹同时来袭。由此可以建立最大烟幕遮蔽时间优化模型，构建出相关决策变量、目标函数和约束条件。

8.2.1 决策变量和目标函数

决策变量包括三方面, 记作 (24)

$$X_4 = (\theta_i, v_{FYi}, t_{i,k}^{\text{drop}}, \Delta t_{i,k}^{\text{bom}}, \delta_{i,k}) \quad (24)$$

其中 $t_{i,k}^{\text{drop}}$ 为第 i 架无人机投下第 k 枚烟幕弹的时间 ($k = 1, 2, 3$), $t_{j,k}^{\text{bom}}$ 为第 j 架无人机第 k 枚干扰弹的起爆时间。

- **无人机飞行参数:** 第 i 个无人机航向角 θ_i 和飞行速度 v_{FYi} , 在确定后无法改变, 无人机保持匀速直线等高飞行。($i \in [1, 5]$)。
- **烟幕弹启用逻辑:** $\delta_{i,k} \in \{0, 1\}$ 为第 i 架无人机第 k 枚干扰弹的启用标识, $\delta_{i,k} = 1$ 表示该枚干扰弹投入使用, $\delta_{i,k} = 0$ 表示不使用。
- **烟幕弹投放参数:** 第 i 个无人机在受领任务后第 k 个烟幕弹投放的时间 $t_{i,k}^{\text{drop}}$, 第 i 架无人机第 k 枚烟幕干扰弹的时间间隔 $\Delta t_{i,k}^{\text{bom}}$ 。

目标函数为三架无人机投射的烟幕弹形成的有效遮蔽时长 Δt_s 最大化, 每个烟幕云团产生的有效遮蔽时间区间的计算遵循问题一中使用遍历法进行求解每一时刻下的方程 (5) 是否满足, 统计得到在该参数下的有效遮蔽时长。由于不同烟幕云团的有效遮蔽时段可能产生叠加或互补, 需要对整体有效遮蔽时长作重新定义。设第 i 个无人机的 k 个烟幕弹的有效遮蔽时间区间为 $[t_{i,k,\text{start}}, t_{i,k,\text{end}}]$ ($i = 1, 2, \dots, 5$), ($k = 1, 2, 3$) 则目标函数可以定义为无重复的总有效遮蔽区间最大化:

$$\max \bigcup_{i=1}^5 [t_{i,k,\text{start}}, t_{i,k,\text{end}}] \quad (25)$$

目标函数可以自动处理时段重叠的情况。

8.2.2 约束条件

1. **无人机速度约束:** 飞行速度需在 $70 \leq v_{FYi} \leq 140 \text{ m/s}$ 范围内。
2. **烟幕弹投放数量约束:** 每架无人机至多可以投放 3 个烟幕干扰弹, 因此对每架无人机需要满足 $\sum_{k=1}^3 \delta_{i,k} \leq 3$ 。
3. **投弹间隔时间约束:** 根据要求, 每架无人机投放烟幕干扰弹的间隔时间至少间隔 1s, 对同一无人机的任意两枚启用的烟幕干扰弹需满足 $|t_{i,k_1}^{\text{drop}} - t_{i,k_2}^{\text{drop}}| \geq 1 (k_1 \neq k_2)$ 。
4. **烟幕弹起爆高度大于 0:** 烟幕弹脱离无人机后仅受重力作用, 需要满足烟幕弹在自由落体至地面前发生爆炸, 即 $1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{i,k}^{\text{bom}^2} \geq 0$, 计算得到 $\Delta t_{i,k}^{\text{bom}} \leq 19.16 \text{ s}$ 。
5. **投放时刻约束:** 烟幕云团维持 20s 有效结束的时刻, 不能晚于导弹抵达假目标: 即 $t_{i,k}^{\text{drop}} + \Delta t_{i,k}^{\text{bom}} + 20 \leq 66.999 \text{ s}$ 。
6. **无人机航向角约束:** 无人机航向角范围需要在 $[0, 2\pi)$ 范围内, 即 $\theta_i \in [0, 2\pi)$ 。

综上所述可以形成本题的约束条件公式如下：

$$\text{s.t.} \begin{cases} 70 \leq v_{FY_i} \leq 140 \text{ m/s} \\ \sum_{k=1}^3 \delta_{i,k} \leq 3 \\ |t_{i,k_1}^{\text{drop}} - t_{i,k_2}^{\text{drop}}| \geq 1 \ (k_1 \neq k_2) \\ 1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{i,k}^{\text{bomi}^2} \geq 0 \\ t_{i,k}^{\text{drop}} + \Delta t_{i,k}^{\text{bom}} + 20 \leq 66.999 \text{ s} \\ \theta_i \in [0, 2\pi) \end{cases} \quad (26)$$

其中 $i \in [1, 5], k \in [1, 3]$ 且 $k_1 \neq k_2$ 。

8.2.3 最大烟幕遮蔽时间混合变量优化模型的给出

根据以上构建的决策变量、目标函数和约束条件，我们可以构建出以最大遮蔽时间的单目标优化模型：

$$\begin{aligned} & \max \bigcup_{i=1}^5 [t_{i,k,\text{start}}, t_{i,k,\text{end}}] \\ \text{s.t.} \begin{cases} 70 \leq v_{FY} \leq 140 \text{ m/s} \\ 1800 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times \Delta t_{\text{bom}i}^2 \geq 0 \\ t_{\text{drop}i} + \Delta t_{\text{bom}i} + 20 \leq 66.999 \text{ s} \\ \theta \in [0, 2\pi) \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

8.3 最大烟幕遮蔽时间优化模型的求解-自适应双坐标系差分进化算法

构建的决策变量中 $\delta_{i,k}$ 属于逻辑变量，取值为 0 或 1，其余都为连续决策变量。决策变量具有较大的耦合性，对此可以使用特征坐标变换的形式，降低变量之间的相关性，提高差分进化算法的搜索能力。差分进化算法属于启发式随机搜索算法，主要通过变异、交叉和选择三种进化操作来进行迭代 [7]。下面是我们利用自适应差分进化算法求解的过程：

Step1 生成初始种群：对于逻辑变量 $\delta_{i,k}$ 也编码成实数作为初始个体，设置种群规模为 50，迭代次数为 200。

Step2 个体评估：对于每个个体，将离散变量维度编码的实数进行四舍五入，得到可行的参数组合，计算当前形成的有效遮蔽时长。

Step3 坐标系变换：定义前 g 代的成功率为 (28) (其中 Num_S 为子代个体计算的有效遮蔽时间优于父代的数目，NP 为种群数量)，并分析第 g 代的成功率和上一代的成功率相比是否由提高，若有提升，则保持原始坐标系不变，否则变换到特征坐标系。

$$SR(g) = \frac{Num_S}{NP} \quad (28)$$

Step4 变换特征坐标系：选择当前种群中前 20% 的优质个体每个决策变量之间的协方差矩阵 $C^g = (c_{i,j}, c_{i,j} = \text{cov}(i, j))$ ，并对其进行特征分解，再在该坐标系下进行后续操作。

$$C^g = Q^g \bigwedge^g (Q^g)^{-1} \quad (29)$$

Step5 变异与交叉：在选定的坐标系下为每个个体应用多种变异策略与参数组合，生成若干个候选个体。对候选个体与当前最优个体的有效遮蔽时间进行评估，计算与最优个体的距离，选出最优候选个体，进行交叉操作，得到实验个体。

Step6 选择更新：将试验个体映射回原坐标系，评估适应度，并与父代比较，对个体进行淘汰或保存，形成下一代种群。

当种群迭代次数达到设定的最大迭代次数下，算法停止运行，并输出当前最优个体和最大遮蔽时间。图11是总结的自适应双坐标系差分进化算法的流程图

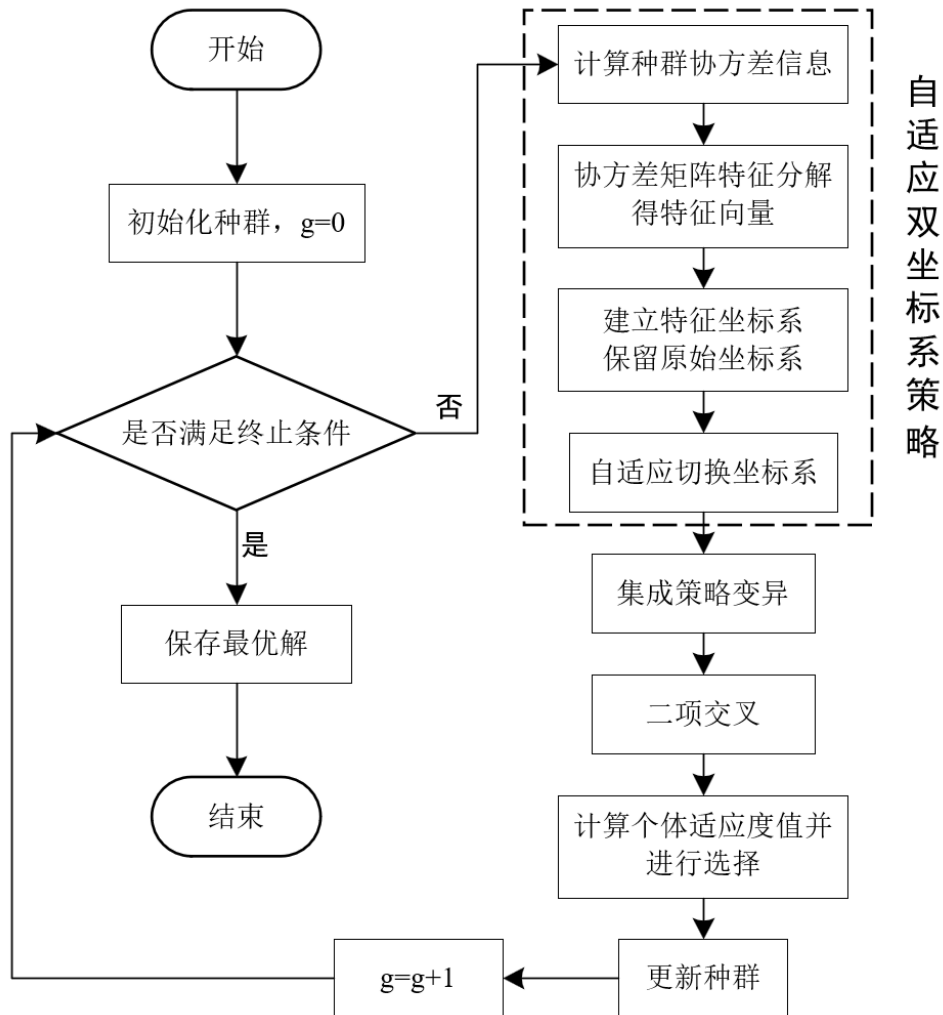


图 11 自适应双坐标系差分进化算法流程图

8.3.1 结果求解

团队编写 Python 程序呈现整个 $ABSDE_{mv}$ 的完整求解过程，见附录 E。得出最大总有效遮蔽时长下的无人机飞行参数与烟幕弹投掷参数如表6所示，并将求解结果填入 result3.xlsx。k 表示第 i 个无人机投掷的第 k 个烟幕弹，“-”表示该烟幕弹未对导弹实现干扰。

表 6 result3

FYi	k	投放点坐标	起爆点坐标	导弹编号	有效干扰时长
	1	(17800,0,1800)	(17800,0,1800)	1	2.73s
1	2	(17871.35,9.19,1800)	(17904.62,13.47,1789.93)	2	4.25s
	3	(19130.02,171.28,1800)	(19198.75,180.14,1795.45)	-	-
	1	(12417.67, 516.26, 1400)	(12461.34, 423.85, 1396.83)	2	4.98s
2	2	(12695.97, -72.59, 1400)	(12829.59, -355.33, 1370.28)	-	-
	3	(13401.28, -1564.96, 1400)	(13787.62, -2382.41, 1151.6)	-	-
	1	(6518.7, -259, 700)	(6529.81, -200.28, 697.39)	3	2.54s
3	2	(6533.9, -178.5, 700)	(6570.02, 12.21, 672.49)	1	2.42s
	3	(6549.2, -98.03, 700)	(6587.25, 103.25, 669.38)	-	-
	1	(11013.7, 2000, 1800)	(11030.9, 2000, 1799.7)	-	-
4	2	(11083.7, 2000, 1800)	(11188.7, 2000, 1788.97)	-	-
	3	(11153.7, 2000, 1800)	(11210.2, 2000, 1796.8)	-	-
	1	(12169, -553.2, 1300)	(12076.5, -392.2, 1284.7)	3	2s
5	2	(12091.8, -418.7, 1300)	(11844.6, 11.6, 1190.8)	1	3.96s
	3	(11921.3, -121.8, 1300)	(11827.9, 40.7, 1284.4)	-	-

有部分无人机携带的烟幕弹起爆后并未产生有效干扰，故形成的最佳无人机投掷策略时，可以不携带该烟幕弹。第四架无人机携带的烟幕干扰弹都无法对导弹产生有效干扰，原因是 FY4 所处位置与所有导弹来袭位置相冲突，无法通过调整相关参数实现有效遮蔽。统计得到最长有效遮蔽时间 $\bigcup_{i=1}^5 [t_{i,k,start}, t_{i,k,end}] = 19.62s$ 。

九、模型评价

9.0.1 模型的优点

前四问模型的建立都以最大遮蔽时长展开，我们采用粒子群优化算法，并根据每题的变量维度，求解复杂度，对粒子群算法进行全面改进，有效避免了陷入最优解的情况，同时提高了算法搜索解空间的效率，逼近最大遮蔽时长。相较于单一的粒子群算法求解，应用改进后的自适应惯性权重与局部搜索策略粒子群算法在求解时，全局搜索效率提高了近 20%。针对问题五的复杂多变量组合优化问题，将离散变量和连续变量进行连续解空间编码，应用自适应坐标变换的差分进化方法对问题进行求解，增强了模型对复杂多变的实际场景的适应性，能够根据具体问题的特点灵活调整求解方法 [8]。

9.0.2 模型的缺点

在处理多变量、多约束问题时，使用的改进粒子群算法计算复杂度仍较高，还需要对搜索效率，局部最优值避免等环节进行调整。[8]

十、参考文献与引用

参考文献

- [1] 屈力刚, 杨忠文, 杨野光, 等. 采用改进粒子群算法的铣削参数优化研究 [J]. 机械设计与制造, 2022, 377(7) : 187 – 191 . .
- [2] 吕柏行, 郭志光, 赵韦皓, 等. 标准粒子群算法的优化方式综述 [J]. 科学技术创新, 2021, (28): 33-37.
- [3] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.
- [4] 敖永才, 师奕兵, 张伟, 等. 自适应惯性权重的改进粒子群算法 [J]. 电子科技大学学报, 2014, 43(06): 874-880.
- [5] SHI Y H, EBERHART R C. Parameter selection in particle swarm optimization[C]//7th International Conference, Evolutionary Programming VII. Berlin Heidelberg: Springer, 1998, 1447: 591-600.
- [6] 周新宇, 黄君洪, 彭虎, 等. 自适应双坐标系的差分进化算法求解混合变量优化问题 [J]. 计算机学报, 2024, 47(09): 2116-2140.
- [7] 李建林, 高坡, 刘志强. 基于差分进化算法的风电场机组功率曲线优化研究 [J]. 机电工程技术, 2025, 54(11): 109-112.
- [8] doubao, doubao-深度思考, 字节跳动, 2025-09-07
- [9] DeepSeek, DeepSeek – V3, 深度求索, 2025 – 09 – 07

附录 A 问题一的 Python 代码

```
1 import numpy as np
2 import math
3 import os
4
5 # 定义模拟所需的所有物理常数和初始参数。
6 class SimulationConfig:
7     GRAVITY_ACCEL = 9.8 # 重力加速度 ( $m/s^2$ )
8     UAV_SPEED = 120 # 无人机恒定飞行速度 ( $m/s$ )
9     UAV_INITIAL_POS = np.array([17800.0, 0.0, 1800.0]) # 无人机初始坐标 ( $x, y, z$ )
10    MISSILE_SPEED = 300 # 导弹恒定飞行速度 ( $m/s$ )
11    MISSILE_INITIAL_POS = np.array([20000.0, 0.0, 2000.0]) # 导弹初始坐标 ( $x, y, z$ )
12    DROP_DELAY_TIME = 1.5 # 从任务开始到烟幕弹投放的时间延迟 ( $s$ )
13    BURST_DELAY_TIME = 3.6 # 从投放到烟幕起爆的时间 ( $s$ )
14    SMOKE_SINK_RATE = 3.0 # 烟幕云垂直下沉的速度 ( $m/s$ )
15    SMOKE_EFFECTIVE_RADIUS = 10.0 # 烟幕球体的半径 ( $m$ )
16    SMOKE_LIFESPAN = 20.0 # 烟幕起爆后保持有效的持续时间 ( $s$ )
17 # 目标参数
18 ASSET_SPECS = {
19     "base_center": np.array([0.0, 200.0, 0.0]), # 圆柱形目标底面的中心
20     "radius": 7.0, # 圆柱体半径 ( $m$ )
21     "height": 10.0 # 圆柱体高度 ( $m$ )
22 }
23 def calculate_squared_distance(pos1: np.ndarray, pos2: np.ndarray) -> float:
24     return np.sum((pos1 - pos2) ** 2)
25
26 def check_line_sphere_collision(line_start: np.ndarray, line_end: np.ndarray,
27 sphere_center: np.ndarray, sphere_radius: float) -> bool:
28
29 #判断一条线段是否与一个球体相交。
30 vec_line = line_end - line_start
31 vec_center_to_start = sphere_center - line_start
32
33 line_len_sq = calculate_squared_distance(line_start, line_end)
34 if line_len_sq < 1e-9: # 处理线段几乎是一个点的情况
35     return calculate_squared_distance(line_start, sphere_center) <= sphere_radius ** 2
36 projection_ratio = np.dot(vec_center_to_start, vec_line) / line_len_sq
37
38 # 找到无限直线上离球心最近的点
39 clamped_ratio = np.clip(projection_ratio, 0.0, 1.0)
40 closest_point_on_segment = line_start + clamped_ratio * vec_line
41
42 # 检查最近点到球心的距离是否在球体半径之内
43 dist_to_center_sq = calculate_squared_distance(closest_point_on_segment,
44 sphere_center)
```

```

44 return dist_to_center_sq <= sphere_radius ** 2
45
46 def create_asset_sample_points() -> list[np.ndarray]:
47     asset_points = []
48     spec = SimulationConfig.ASSET_SPECS
49     base_center = spec["base_center"]
50     asset_radius = spec["radius"]
51     asset_height = spec["height"]
52
53     axis_heights = np.linspace(0, asset_height, 5) # 从底部到顶部共5个点
54     for z_offset in axis_heights:
55         asset_points.append(np.array([base_center[0], base_center[1], base_center[2] +
56                                     z_offset]))
57     height_levels = [0, asset_height / 2, asset_height] # 底部、中部、顶部
58     points_per_circle = 16
59     for z_level in height_levels:
60         for i in range(points_per_circle):
61             angle = 2.0 * math.pi * i / points_per_circle
62             x_coord = base_center[0] + asset_radius * math.cos(angle)
63             y_coord = base_center[1] + asset_radius * math.sin(angle)
64             z_coord = base_center[2] + z_level
65             asset_points.append(np.array([x_coord, y_coord, z_coord]))
66     return asset_points
67
68 def compute_uav_location(time_elapsed: float) -> np.ndarray:
69     flight_direction = np.array([-1.0, 0.0, 0.0])
70     return SimulationConfig.UAV_INITIAL_POS + SimulationConfig.UAV_SPEED *
71         flight_direction * time_elapsed
72
73 def compute_munition_burst_location() -> np.ndarray:
74     # 计算烟幕弹药起爆点的三维坐标。
75     drop_pos = compute_uav_location(SimulationConfig.DROP_DELAY_TIME)
76     munition_velocity = np.array([-SimulationConfig.UAV_SPEED, 0.0, 0.0])
77     time_to_ground = math.sqrt(2.0 * drop_pos[2] / SimulationConfig.GRAVITY_ACCEL)
78     time_of_flight = min(SimulationConfig.BURST_DELAY_TIME, time_to_ground)
79
80     # 使用标准运动学方程计算最终的起爆位置
81     burst_x = drop_pos[0] + munition_velocity[0] * time_of_flight
82     burst_y = drop_pos[1] # y方向没有水平速度
83     burst_z = drop_pos[2] - 0.5 * SimulationConfig.GRAVITY_ACCEL * (time_of_flight
84                             ** 2)
85     return np.array([burst_x, burst_y, max(0.0, burst_z)])
86
87 def compute_missile_location(mission_time: float) -> np.ndarray:
88     trajectory_vector = -SimulationConfig.MISSILE_INITIAL_POS
89     # 归一化得到单位方向向量
90     direction_unit_vec = trajectory_vector / np.linalg.norm(trajectory_vector)

```

```

88 return SimulationConfig.MISSILE_INITIAL_POS + SimulationConfig.MISSILE_SPEED *
    direction_unit_vec * mission_time
89
90 def compute_smoke_center_location(mission_time: float, burst_pos: np.ndarray) ->
    np.ndarray:
91     #在给定任务时间计算烟幕云的中心位置。
92
93     total_burst_time = SimulationConfig.DROP_DELAY_TIME +
        SimulationConfig.BURST_DELAY_TIME
94     time_since_burst = max(0.0, mission_time - total_burst_time)
95     smoke_z = burst_pos[2] - SimulationConfig.SMOKE_SINK_RATE * time_since_burst
96     return np.array([burst_pos[0], burst_pos[1], max(0.0, smoke_z)])
97
98 def analyze_shielding_duration() -> dict:
99     #主分析函数，用于计算总有效遮蔽时长。
100     # 预计算固定的位置和对象
101     munition_burst_pos = compute_munition_burst_location()
102     asset_key_points = create_asset_sample_points()
103     burst_event_time = SimulationConfig.DROP_DELAY_TIME +
        SimulationConfig.BURST_DELAY_TIME
104     missile_impact_time = np.linalg.norm(SimulationConfig.MISSILE_INITIAL_POS) /
        SimulationConfig.MISSILE_SPEED
105     sim_start_time = burst_event_time
106     sim_end_time = min(burst_event_time + SimulationConfig.SMOKE_LIFESPAN,
        missile_impact_time)
107     if sim_start_time >= sim_end_time:
108 return {"duration": 0.0, "timestamps": [], "start": 0.0, "end": 0.0}
109
110 # 模拟循环设置
111 time_discretization_step = 0.01
112 num_steps = math.ceil((sim_end_time - sim_start_time) / time_discretization_step)
113 shielded_timestamps = []
114
115 for step in range(num_steps):
116     current_time = sim_start_time + step * time_discretization_step
117     missile_pos = compute_missile_location(current_time)
118     smoke_pos = compute_smoke_center_location(current_time, munition_burst_pos)
119
120 current_smoke_radius = SimulationConfig.SMOKE_EFFECTIVE_RADIUS
121 if smoke_pos[2] < current_smoke_radius:
122     current_smoke_radius = smoke_pos[2] # 半径不能大于其离地面的高度
123
124 # 检查在此刻目标的任何部分是否被遮蔽
125     is_shielded_this_step = False
126 for point in asset_key_points:
127     if check_line_sphere_collision(missile_pos, point, smoke_pos,
        current_smoke_radius):

```

```

128     is_shielded_this_step = True
129     break # 如果一个点被遮蔽, 则认为整个目标在该时间步被遮蔽
130     if is_shielded_this_step:
131         shielded_timestamps.append(current_time)
132     if not shielded_timestamps:
133 return {"duration": 0.0, "timestamps": [], "start": 0.0, "end": 0.0}
134
135     total_shield_time = len(shielded_timestamps) * time_discretization_step
136 return {
137     "duration": round(total_shield_time, 4),
138     "timestamps": shielded_timestamps,
139     "start": round(shielded_timestamps[0], 4),
140     "end": round(shielded_timestamps[-1], 4)
141 }
142
143 def display_results(results: dict):
144 #格式化并打印结构化的结果报告。
145 print("\n" + "=" * 80)
146 print("烟雾弹药遮蔽分析 - 详细报告")
147 print("=" * 80)
148 print("\n[1. 场景参数]")
149 print(f" - 无人机初始位置: {SimulationConfig.UAV_INITIAL_POS} m")
150 print(f" - 导弹初始位置: {SimulationConfig.MISSILE_INITIAL_POS} m")
151 print(f" - 目标底部中心: {SimulationConfig.ASSET_SPECS['base_center']} m")
152 print(f" - 目标尺寸: 半径={SimulationConfig.ASSET_SPECS['radius']}m,
        高度={SimulationConfig.ASSET_SPECS['height']}m")
153 burst_pos = compute_munition_burst_location()
154 burst_time = SimulationConfig.DROP_DELAY_TIME + SimulationConfig.BURST_DELAY_TIME
155 impact_time = np.linalg.norm(SimulationConfig.MISSILE_INITIAL_POS) /
        SimulationConfig.MISSILE_SPEED
156 print("\n[2. 运动学计算]")
157 print(f" - 弹药起爆位置: {np.round(burst_pos, 4)} m")
158 print(f" - 弹药起爆时间: {burst_time:.2f} s")
159 print(f" - 预计导弹命中时间: {impact_time:.4f} s")
160 print("\n[3. 最终遮蔽结果]")
161 print(f" - 总有效遮蔽时长: {results['duration']:.4f} s")
162 print(f" - 遮蔽窗口开始时间: {results['start']:.4f} s")
163 print(f" - 遮蔽窗口结束时间: {results['end']:.4f} s")
164 print("\n[4. 详细遮蔽时间段]")
165 if results["timestamps"]:
166 intervals = []
167 start_interval = results["timestamps"][0]
168 for i in range(1, len(results["timestamps"])):
169 # 如果时间戳之间的间隔大于步长, 则视为一个新的时间段
170 if results["timestamps"][i] - results["timestamps"][i-1] > 0.011:
171     end_interval = results["timestamps"][i-1]
172     intervals.append((start_interval, end_interval))

```

```

173     start_interval = results["timestamps"][i]
174     intervals.append((start_interval, results["timestamps"][-1])) #
        添加最后一个时间段
175 for i, (start, end) in enumerate(intervals, 1):
176     print(f" - 时间段 {i}: [{start:.4f}s - {end:.4f}s] (持续: {end-start:.4f}s)")
177 else:
178     print(" - 未找到有效遮蔽时间段。")
179     print("\n" + "=" * 80)
180 def main():
181     simulation_results = analyze_shielding_duration()
182     display_results(simulation_results)
183     print("模拟完成。")
184
185 if __name__ == "__main__":
186     main()

```

附录 B 粒子群算法-问题二的 Python 程序

```

1 import numpy as np
2 import math
3 from typing import Tuple, List, Dict, Any
4
5 class SimulationParameters:
6     #封装所有仿真所需的物理常数、初始条件和模型参数。
7     def __init__(self):
8         self.GRAVITY_ACCELERATION: float = 9.8 # 重力加速度 ( $m/s^2$ )
9         # 烟幕弹属性
10         self.SMOKE_DESCENT_SPEED: float = 3.0 # 烟幕中心匀速下沉速度 ( $m/s$ )
11         self.SMOKE_EFFECTIVE_RADIUS: float = 10.0 # 烟幕有效遮蔽半径 ( $m$ )
12         self.SMOKE_LIFESPAN: float = 20.0 # 烟幕有效持续时长 ( $s$ )
13         #导弹属性
14         self.MISSILE_SPEED: float = 300.0 # 导弹MI的飞行速度 ( $m/s$ )
15         self.MISSILE_STARTING_POINT: np.ndarray = np.array([20000.0, 0.0, 2000.0])
16         # 导弹MI的初始位置 ( $x,y,z$ )
17         # FYI初始状态
18         self.UAV_STARTING_POINT: np.ndarray = np.array([17800.0, 0.0, 1800.0]) #
19         无人机FYI的初始位置 ( $x,y,z$ )
20         #真目标(圆柱体)规格
21         self.TARGET_SPECS: Dict[str, Any] = {
22             "base_center": np.array([0.0, 200.0, 0.0]), # 圆柱体下底面圆心 ( $x,y,z$ )
23             "radius": 7.0, # 圆柱体半径 ( $m$ )
24             "height": 10.0 # 圆柱体高度 ( $m$ )
25         }
26         # PSO 优化参数
27         self.PSO_CONFIG: Dict[str, Any] = {

```

```

26         'population_size': 50,
27         'max_iterations': 200,
28         'inertia_weight': 0.7,
29         'cognitive_coefficient': 1.5,
30         'social_coefficient': 1.5}
31
32     self.OPTIMIZATION_BOUNDS: Dict[str, Tuple[float, float]] = {
33         'uav_velocity': (70.0, 140.0),
34         'flight_angle': (0.0, 2 * math.pi),
35         'drop_delay': (0.1, 15.0),
36         'burst_delay': (0.1, 10.0)}
37     CONFIG = SimulationParameters()
38     _TARGET_SAMPLE_POINTS_CACHE = None
39     def get_target_sample_points() -> np.ndarray:
40         #获取目标的采样点数组。
41         global _TARGET_SAMPLE_POINTS_CACHE
42         if _TARGET_SAMPLE_POINTS_CACHE is None:
43             _TARGET_SAMPLE_POINTS_CACHE = _generate_target_points()
44         return _TARGET_SAMPLE_POINTS_CACHE
45
46     def _generate_target_points() -> np.ndarray:
47         points = []
48         center = CONFIG.TARGET_SPECS["base_center"]
49         radius = CONFIG.TARGET_SPECS["radius"]
50         height = CONFIG.TARGET_SPECS["height"]
51
52         for h_ratio in [0.0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0]:
53             z = center[2] + height * h_ratio
54             points.append([center[0], center[1], z])
55
56     # 上下底面及中层圆周采样
57     for z_level in [center[2], center[2] + height / 2, center[2] + height]:
58         num_points = 16 if z_level != center[2] + height / 2 else 8
59         for i in range(num_points):
60             angle = i * 2 * math.pi / num_points
61             x = center[0] + radius * math.cos(angle)
62             y = center[1] + radius * math.sin(angle)
63             points.append([x, y, z_level])
64         return np.array(points)
65
66     class SimulationEngine: #封装整个计算过程的核心逻辑，包括轨迹计算和遮蔽评估。
67         def __init__(self):
68             self.cache = {}
69         def _get_uav_pos(self, t: float, vel: float, angle: float) -> np.ndarray:
70             direction = np.array([math.cos(angle), math.sin(angle), 0])
71             return CONFIG.UAV_STARTING_POINT + vel * direction * t
72         def _get_missile_pos(self, t: float) -> np.ndarray:

```

```

73     direction = -CONFIG.MISSILE_STARTING_POINT
74     unit_dir = direction / np.linalg.norm(direction)
75     return CONFIG.MISSILE_STARTING_POINT + CONFIG.MISSILE_SPEED * unit_dir * t
76 def _get_detonation_params(self, vel: float, angle: float, t_drop: float,
77     t_burst: float) -> Tuple[np.ndarray, float]:
78     drop_pos = self._get_uav_pos(t_drop, vel, angle)
79     bomb_vel = vel * np.array([math.cos(angle), math.sin(angle), 0])
80     t_ground = math.sqrt(max(0.0, 2.0 * drop_pos[2] /
81         CONFIG.GRAVITY_ACCELERATION))
82     air_time = min(t_burst, t_ground)
83     burst_pos_x = drop_pos[0] + bomb_vel[0] * air_time
84     burst_pos_y = drop_pos[1] + bomb_vel[1] * air_time
85     burst_pos_z = max(0.0, drop_pos[2] - 0.5 * CONFIG.GRAVITY_ACCELERATION *
86         (air_time ** 2))
87     detonation_point = np.array([burst_pos_x, burst_pos_y, burst_pos_z])
88     total_detonation_time = t_drop + t_burst
89     return detonation_point, total_detonation_time
90 def _get_smoke_center_pos(self, t: float, t_burst_total: float, p_burst:
91     np.ndarray) -> np.ndarray:
92     if t < t_burst_total:
93         return p_burst
94     sink_time = t - t_burst_total
95     smoke_z = p_burst[2] - CONFIG.SMOKE_DESCENT_SPEED * sink_time
96     return np.array([p_burst[0], p_burst[1], max(0.0, smoke_z)])
97
98 def evaluate_shielding_duration(self, params: Dict[str, float]) ->
99     float:#计算给定参数下的有效遮蔽时长。
100     key = tuple(sorted(params.items()))
101     if key in self.cache:
102         return self.cache[key]
103     vel, angle, t_drop, t_burst = params['uav_velocity'],
104         params['flight_angle'], params['drop_delay'], params['burst_delay']
105     p_burst, t_burst_total = self._get_detonation_params(vel, angle, t_drop,
106         t_burst)
107     target_points = get_target_sample_points()
108     missile_hit_time = np.linalg.norm(CONFIG.MISSILE_STARTING_POINT) /
109         CONFIG.MISSILE_SPEED
110     start_time = t_burst_total
111     end_time = min(t_burst_total + CONFIG.SMOKE_LIFESPAN, missile_hit_time)
112     if start_time >= end_time:
113         return 0.0
114     time_step = 0.05
115     effective_steps = 0
116
117     num_steps = int(np.ceil((end_time - start_time) / time_step))
118     for i in range(num_steps):
119         current_time = start_time + i * time_step

```

```

112     p_missile = self._get_missile_pos(current_time)
113     p_smoke = self._get_smoke_center_pos(current_time, t_burst_total, p_burst)
114     vec_missile_to_target = target_points - p_missile
115     vec_missile_to_smoke = p_smoke - p_missile
116     dot_product = np.sum(vec_missile_to_target * vec_missile_to_smoke, axis=1)
117     len_sq_missile_target = np.sum(vec_missile_to_target**2, axis=1)
118     t = np.divide(dot_product, len_sq_missile_target,
119                   where=len_sq_missile_target > 1e-9, out=np.zeros_like(dot_product))
119     t_clamped = np.clip(t, 0, 1)
120     closest_points = p_missile + t_clamped[:, np.newaxis] * vec_missile_to_target
121     dist_sq_to_smoke = np.sum((closest_points - p_smoke)**2, axis=1)
122     if np.any(dist_sq_to_smoke <= CONFIG.SMOKE_EFFECTIVE_RADIUS**2):
123         effective_steps += 1
124         result = effective_steps * time_step
125         self.cache[key] = result
126     return result
127
128 # 粒子群优化 (PSO) 求解器
129 class ParticleSwarmOptimizer: #实现粒子群优化算法，用于寻找最优的无人机投放策略。
130     def __init__(self, engine: SimulationEngine):
131         self.engine = engine
132         self.bounds = CONFIG.OPTIMIZATION_BOUNDS
133         self.pso_params = CONFIG.PSO_CONFIG
134         self.dim = len(self.bounds)
135         self.lower_bounds = np.array([self.bounds[k][0] for k in self.bounds])
136         self.upper_bounds = np.array([self.bounds[k][1] for k in self.bounds])
137         self.range = self.upper_bounds - self.lower_bounds
138
139     def solve(self) -> Dict[str, Any]:
140         # 初始化种群
141         pop_size = self.pso_params['population_size']
142         positions = self.lower_bounds + np.random.rand(pop_size, self.dim) *
143             self.range
144         velocities = np.zeros((pop_size, self.dim))
145         personal_best_pos = positions.copy()
146         personal_best_fitness = np.array([self._objective_function(p) for p in
147             positions])
148         global_best_idx = np.argmax(personal_best_fitness)
149         global_best_pos = personal_best_pos[global_best_idx].copy()
150         global_best_fitness = personal_best_fitness[global_best_idx]
151         history = []
152
153         for i in range(self.pso_params['max_iterations']):
154             # 更新速度和位置
155             r1, r2 = np.random.rand(pop_size, self.dim), np.random.rand(pop_size,
156                 self.dim)

```

```

154     w, c1, c2 = self.pso_params['inertia_weight'],
        self.pso_params['cognitive_coefficient'],
        self.pso_params['social_coefficient']
155     velocities = w * velocities + \
156     c1 * r1 * (personal_best_pos - positions) + \
157     c2 * r2 * (global_best_pos - positions)
158     positions += velocities
159     # 边界处理
160     positions = np.clip(positions, self.lower_bounds, self.upper_bounds)
161     # 评估新位置
162     current_fitness = np.array([self._objective_function(p) for p in positions])
163     # 更新个体最优
164     update_mask = current_fitness > personal_best_fitness
165     personal_best_pos[update_mask] = positions[update_mask]
166     personal_best_fitness[update_mask] = current_fitness[update_mask]
167     # 更新全局最优
168     current_global_best_idx = np.argmax(personal_best_fitness)
169     if personal_best_fitness[current_global_best_idx] > global_best_fitness:
170         global_best_fitness = personal_best_fitness[current_global_best_idx]
171         global_best_pos = personal_best_pos[current_global_best_idx].copy()
172         history.append(global_best_fitness)
173     if (i + 1) % 10 == 0:
174         print(f"迭代 {i+1}/{self.pso_params['max_iterations']}, 最优遮蔽时长:
            {global_best_fitness:.4f}s")
175     return self._format_results(global_best_pos, global_best_fitness)
176
177 def _objective_function(self, particle: np.ndarray) -> float:
178     params = {
179         'uav_velocity': particle[0],
180         'flight_angle': particle[1],
181         'drop_delay': particle[2],
182         'burst_delay': particle[3]     }
183     return self.engine.evaluate_shielding_duration(params)
184
185 def _format_results(self, best_particle: np.ndarray, best_fitness: float) ->
    Dict[str, Any]:
186     vel, angle, t_drop, t_burst = best_particle
187     p_burst, t_burst_total = self.engine._get_detonation_params(vel, angle,
        t_drop, t_burst)
188     return {
189         'optimal_params': {
190             'uav_velocity': vel,
191             'flight_angle_rad': angle,
192             'flight_angle_deg': math.degrees(angle),
193             'drop_delay': t_drop,
194             'burst_delay': t_burst,},
195         'derived_results': {

```

```

196         'detonation_point': p_burst,
197         'total_detonation_time': t_burst_total,
198         'max_shielding_duration': best_fitness }}
199 def display_final_report(results: Dict[str, Any]):#打印最终的优化结果报告。
200     opt_params = results['optimal_params']
201     derived = results['derived_results']
202     print("\n" + "="*80)
203     print("问题2: 最优烟幕投放策略 - 优化结果报告")
204     print("="*80)
205     print("\n【最优投放策略参数】")
206     print(f" - 无人机飞行速度: {opt_params['uav_velocity']:.4f} m/s")
207     print(f" - 飞行方向角: {opt_params['flight_angle_deg']:.2f}°")
208         ({opt_params['flight_angle_rad']:.4f} rad)")
209     print(f" - 投放延迟: {opt_params['drop_delay']:.4f} s")
210     print(f" - 起爆延迟: {opt_params['burst_delay']:.4f} s")
211     print("\n【衍生计算结果】")
212     print(f" - 烟幕起爆点坐标: {derived['detonation_point'].round(4)}")
213     print(f" - 任务开始至起爆总时长: {derived['total_detonation_time']:.4f} s")
214     print("\n【核心优化指标】")
215     print(f" - 最大有效遮蔽时长: {derived['max_shielding_duration']:.4f} s")
216     print("\n" + "="*80)
217
218 if __name__ == "__main__":
219     print("启动问题2的粒子群优化求解器...")
220     simulation_engine = SimulationEngine()
221     pso_solver = ParticleSwarmOptimizer(simulation_engine)
222     optimal_solution = pso_solver.solve()
223     display_final_report(optimal_solution)

```

附录 C 改进粒子群算法-问题三的 Python 程序

```

1  import numpy as np
2  import os
3  import math
4  import pandas as pd
5
6  # ===== 1. 参数配置 =====
7  # 结果保存路径
8  out_dir = 'q3_fyl_3bombs_optimal'
9  os.makedirs(out_dir, exist_ok=True)
10
11 # 物理常数 (固定不变)
12 G = 9.8          # 重力加速度
13 SINK_SPD = 3     # 烟幕下沉速度
14 SMOKE_R = 10     # 烟幕有效半径

```

```

15 SMOKE_T = 20      # 烟幕有效时长
16 M_SPD = 300      # 导弹速度
17
18 # 初始位置
19 U0 = np.array([17800, 0, 1800]) # 无人机初始位置
20 M0 = np.array([20000, 0, 2000]) # 导弹初始位置
21
22 # 导弹命中时间 (提前计算好)
23 M_HIT_T = np.linalg.norm(M0) / M_SPD
24
25 # 目标参数 (圆柱体)
26 TARGET = {
27     "center": np.array([0, 200, 0]), # 目标中心
28     "r": 7,      # 半径
29     "h": 10      # 高度
30 }
31
32 # 优化参数范围 (8个变量)
33 BOUNDS = {
34     'v': (70, 140),      # 无人机速度
35     'a': (0, 2 * math.pi), # 飞行方向角
36     't1': (0.1, M_HIT_T - 20 - 0.1 - 2), # 第1枚投放延迟
37     't2': (0.1, M_HIT_T - 20 - 0.1 - 1), # 第2枚投放延迟
38     't3': (0.1, M_HIT_T - 20 - 0.1),      # 第3枚投放延迟
39     'tb1': (0.1, 15),      # 第1枚起爆延迟
40     'tb2': (0.1, 15),      # 第2枚起爆延迟
41     'tb3': (0.1, 15)      # 第3枚起爆延迟
42 }
43
44 # PSO参数
45 PSO_CFG = {
46     'n': 50,      # 种群大小
47     'max_i': 100, # 最大迭代
48     'w_s': 0.9,   # 初始惯性权重
49     'w_e': 0.4,   # 最终惯性权重
50     'c1': 2.0,    # 认知系数
51     'c2': 2.0     # 社会系数
52 }
53
54 # 全局配置
55 CFG = {
56     'dt': 0.1,    # 时间步长
57     'ground': 0.0 # 地面高度
58 }
59
60 # 弹投放间隔 (固定1秒)
61 DROP_INT = 1

```

```

62
63 # 半空间裁剪开关
64 USE_CLIP = True
65
66 # ===== 2. 工具函数 =====
67 def dist_sq(p1, p2):
68     """计算两点距离平方（省去开方，提高效率）"""
69     return np.sum((p1 - p2) ** 2)
70
71 def make_target_points():
72     """生成目标采样点（圆柱体表面和内部关键点）"""
73     points = []
74     c = TARGET["center"]
75     r = TARGET["r"]
76     h = TARGET["h"]
77
78     # 中心轴点（5个）
79     for z in [0, h/4, h/2, 3*h/4, h]:
80         points.append([c[0], c[1], z])
81
82     # 下底面圆周（16个点）
83     for i in range(16):
84         ang = i * math.pi / 8
85         x = r * math.cos(ang)
86         y = c[1] + r * math.sin(ang)
87         points.append([x, y, 0])
88
89     # 上底面圆周（16个点）
90     for i in range(16):
91         ang = i * math.pi / 8
92         x = r * math.cos(ang)
93         y = c[1] + r * math.sin(ang)
94         points.append([x, y, h])
95
96     # 中间层圆周（8个点）
97     for i in range(8):
98         ang = i * math.pi / 4
99         x = r * math.cos(ang)
100        y = c[1] + r * math.sin(ang)
101        points.append([x, y, h/2])
102
103    return np.array(points, dtype=float)
104
105    # 预生成目标点（全局使用）
106    T_POINTS = make_target_points()
107
108    def fix_particle(p):

```

```

109 """修复粒子参数，确保满足约束条件"""
110 v, a, t1, t2, t3, tb1, tb2, tb3 = p
111
112 # 1. 参数范围限制
113 v = max(BOUNDS['v'][0], min(BOUNDS['v'][1], v))
114 a = max(BOUNDS['a'][0], min(BOUNDS['a'][1], a))
115 t1 = max(BOUNDS['t1'][0], min(BOUNDS['t1'][1], t1))
116 t2 = max(BOUNDS['t2'][0], min(BOUNDS['t2'][1], t2))
117 t3 = max(BOUNDS['t3'][0], min(BOUNDS['t3'][1], t3))
118 tb1 = max(BOUNDS['tb1'][0], min(BOUNDS['tb1'][1], tb1))
119 tb2 = max(BOUNDS['tb2'][0], min(BOUNDS['tb2'][1], tb2))
120 tb3 = max(BOUNDS['tb3'][0], min(BOUNDS['tb3'][1], tb3))
121
122 # 2. 投放间隔约束 ( $t_2 \geq t_1 + I$ ,  $t_3 \geq t_2 + I$ )
123 if t2 < t1 + DROP_INT:
124     t2 = t1 + DROP_INT
125 if t3 < t2 + DROP_INT:
126     t3 = t2 + DROP_INT
127
128 # 3. 烟幕有效时间约束 (起爆总时间 ≤ 导弹命中前20秒)
129 max_t = M_HIT_T - 20
130 if t1 + tb1 > max_t:
131     tb1 = max(0.1, max_t - t1)
132 if t2 + tb2 > max_t:
133     tb2 = max(0.1, max_t - t2)
134 if t3 + tb3 > max_t:
135     tb3 = max(0.1, max_t - t3)
136
137 return np.array([v, a, t1, t2, t3, tb1, tb2, tb3])
138
139 # ===== 3. 运动模型 =====
140 def uav_pos(t, v, a):
141     """计算无人机位置 (匀速直线运动) """
142     # 飞行方向向量 (水平面)
143     d = np.array([math.cos(a), math.sin(a), 0])
144     return U0 + v * d * t
145
146 def bomb_params(v, a, td, tb):
147     """计算烟幕弹起爆参数 (平抛运动) """
148     # 投放点位置
149     p0 = uav_pos(td, v, a)
150
151     # 炸弹水平速度
152     v_bomb = v * np.array([math.cos(a), math.sin(a), 0])
153
154     # 落地时间 (如果炸弹会落地)
155     t_ground = math.sqrt(2 * p0[2] / G) if p0[2] > 0 else 0

```

```

156
157 # 实际起爆时间 (不能晚于落地)
158 tb_actual = t_ground if (t_ground > 0 and tb > t_ground) else max(tb, 0)
159
160 # 起爆点坐标
161 xb = p0[0] + v_bomb[0] * tb_actual
162 yb = p0[1] + v_bomb[1] * tb_actual
163 zb = max(p0[2] - 0.5 * G * tb_actual**2, CFG['ground'])
164
165 # 总起爆时间
166 t_total = td + tb_actual
167
168 return np.array([xb, yb, zb]), t_total
169
170 def missile_pos(t):
171     """计算导弹位置 (匀速直线飞向原点) """
172     # 方向向量 (指向原点)
173     d = -M0
174     d_unit = d / np.linalg.norm(d)
175     return M0 + M_SPD * d_unit * t
176
177 def smoke_pos(t, t_burst, p_burst):
178     """计算烟幕中心位置 (匀速下沉) """
179     if t < t_burst: # 未起爆
180         return p_burst
181
182     # 下沉时间
183     t_sink = t - t_burst
184
185     # 烟幕高度 (不低于地面)
186     z = max(p_burst[2] - SINK_SPD * t_sink, CFG['ground'])
187
188     return np.array([p_burst[0], p_burst[1], z])
189
190 # ===== 4. 遮蔽判断 =====
191 def is_occluded(p_m, p_s, r_eff):
192     """判断导弹到目标的视线是否被烟幕遮蔽"""
193     if r_eff < 1e-3: # 烟幕半径太小
194         return False
195
196     # 导弹到目标点的向量
197     a = p_m # 导弹位置
198     qs = T_POINTS # 目标点
199     ab = qs - a # 线段向量
200
201     # 导弹到烟幕中心的向量
202     ac = p_s - a

```

```

203
204 # 计算投影参数  $t$ 
205 len2_ab = np.sum(ab**2, axis=1)
206 valid = len2_ab > 1e-12 # 有效线段
207
208 t_proj = np.zeros(len(len2_ab))
209 t_proj[valid] = np.sum(ab[valid] * ac, axis=1) / len2_ab[valid]
210
211 # 限制  $t$  在  $[0, 1]$  范围内
212 t_clamped = np.clip(t_proj, 0.0, 1.0)
213
214 # 线段上最近点
215 p_near = a + t_clamped.reshape(-1, 1) * ab
216
217 # 最近点到烟幕中心的距离平方
218 d2 = np.sum((p_near - p_s) ** 2, axis=1)
219
220 # 判断是否遮蔽 (考虑半空间裁剪)
221 if USE_CLIP:
222     return np.any((d2 <= r_eff**2) & (p_near[:, 2] >= CFG['ground']))
223 else:
224     return np.any(d2 <= r_eff**2)
225
226 def calc_shelter_time(p):
227     """计算3枚弹的联合遮蔽时间 (目标函数) """
228     v, a, t1, t2, t3, tb1, tb2, tb3 = p
229
230     # 计算3枚弹的起爆参数
231     p1_b, t1_t = bomb_params(v, a, t1, tb1)
232     p2_b, t2_t = bomb_params(v, a, t2, tb2)
233     p3_b, t3_t = bomb_params(v, a, t3, tb3)
234
235     # 确定时间窗口
236     t_start = min(t1_t, t2_t, t3_t)
237     t_end = min(max(t1_t + SMOKE_T, t2_t + SMOKE_T, t3_t + SMOKE_T), M_HIT_T)
238
239     if t_start >= t_end:
240         return 0.0 # 无有效时间
241
242     # 时间离散化
243     dt = CFG['dt']
244     n_steps = int(math.ceil((t_end - t_start) / dt))
245     count = 0 # 有效时刻计数
246
247     for i in range(n_steps):
248         t = min(t_start + i * dt, t_end)
249

```

```

250 # 导弹位置
251 p_m = missile_pos(t)
252
253 # 检查3枚弹是否有遮蔽
254 occluded = False
255
256 # 检查第1枚
257 if t1_t <= t <= t1_t + SMOKE_T:
258     p_s = smoke_pos(t, t1_t, p1_b)
259     r_eff = SMOKE_R if USE_CLIP else min(SMOKE_R, p_s[2])
260     if is_occluded(p_m, p_s, r_eff):
261         occluded = True
262
263 # 检查第2枚 (第1枚无效时才检查)
264 if not occluded and t2_t <= t <= t2_t + SMOKE_T:
265     p_s = smoke_pos(t, t2_t, p2_b)
266     r_eff = SMOKE_R if USE_CLIP else min(SMOKE_R, p_s[2])
267     if is_occluded(p_m, p_s, r_eff):
268         occluded = True
269
270 # 检查第3枚 (前两枚无效时才检查)
271 if not occluded and t3_t <= t <= t3_t + SMOKE_T:
272     p_s = smoke_pos(t, t3_t, p3_b)
273     r_eff = SMOKE_R if USE_CLIP else min(SMOKE_R, p_s[2])
274     if is_occluded(p_m, p_s, r_eff):
275         occluded = True
276
277 if occluded:
278     count += 1
279
280 return count * dt
281
282 # ===== 5. PSO优化 =====
283 def run_pso():
284     """PSO优化主函数"""
285     n_pop = PSO_CFG['n']
286     max_iter = PSO_CFG['max_iter']
287
288     # 初始化种群
289     particles = []
290     for _ in range(n_pop):
291         # 随机生成粒子参数
292         v = np.random.uniform(BOUNDS['v'][0], BOUNDS['v'][1])
293         a = np.random.uniform(BOUNDS['a'][0], BOUNDS['a'][1])
294         t1 = np.random.uniform(BOUNDS['t1'][0], BOUNDS['t1'][1])
295         t2 = np.random.uniform(BOUNDS['t2'][0], BOUNDS['t2'][1])
296         t3 = np.random.uniform(BOUNDS['t3'][0], BOUNDS['t3'][1])

```

```

297 tb1 = np.random.uniform(BOUNDS['tb1'][0], BOUNDS['tb1'][1])
298 tb2 = np.random.uniform(BOUNDS['tb2'][0], BOUNDS['tb2'][1])
299 tb3 = np.random.uniform(BOUNDS['tb3'][0], BOUNDS['tb3'][1])
300
301 # 修复约束
302 p = fix_particle(np.array([v, a, t1, t2, t3, tb1, tb2, tb3]))
303 particles.append(p)
304
305 particles = np.array(particles)
306
307 # 初始化速度 (小随机值)
308 velocities = np.zeros_like(particles)
309 for i in range(8):
310 min_val = [BOUNDS[k][0] for k in ['v', 'a', 't1', 't2', 't3', 'tb1', 'tb2',
311                                     'tb3']][i]
312 max_val = [BOUNDS[k][1] for k in ['v', 'a', 't1', 't2', 't3', 'tb1', 'tb2',
313                                     'tb3']][i]
314 velocities[:, i] = np.random.uniform(-0.05*(max_val-min_val),
315                                         0.05*(max_val-min_val), n_pop)
316
317 # 初始化最优解
318 p_best = particles.copy()
319 p_best_val = np.array([calc_shelter_time(p) for p in particles])
320
321 g_best_idx = np.argmax(p_best_val)
322 g_best = p_best[g_best_idx].copy()
323 g_best_val = p_best_val[g_best_idx]
324
325 print(f"PSO初始化完成, 最佳遮蔽时间: {g_best_val:.2f}s")
326
327 # 迭代优化
328 for iter in range(1, max_iter + 1):
329 # 计算当前惯性权重 (线性递减)
330 w = PSO_CFG['w_s'] - (PSO_CFG['w_s'] - PSO_CFG['w_e']) * (iter / max_iter)
331
332 # 更新每个粒子
333 for i in range(n_pop):
334 r1, r2 = np.random.rand(), np.random.rand()
335
336 # 速度更新
337 velocities[i] = (w * velocities[i] +
338 PSO_CFG['c1'] * r1 * (p_best[i] - particles[i]) +
339 PSO_CFG['c2'] * r2 * (g_best - particles[i]))
340
341 # 位置更新
342 particles[i] += velocities[i]

```

```

341 # 修复约束
342 particles[i] = fix_particle(particles[i])
343
344 # 计算当前适应度
345 curr_val = np.array([calc_shelter_time(p) for p in particles])
346
347 # 更新个体最优
348 update_mask = curr_val > p_best_val
349 p_best[update_mask] = particles[update_mask].copy()
350 p_best_val[update_mask] = curr_val[update_mask]
351
352 # 更新全局最优
353 curr_best_val = np.max(p_best_val)
354 if curr_best_val > g_best_val:
355     g_best_val = curr_best_val
356     g_best = p_best[np.argmax(p_best_val)].copy()
357
358 # 打印进度
359 if iter % 10 == 0:
360     v_opt, a_opt, t1_opt, t2_opt, t3_opt = g_best[:5]
361     print(f"迭代 {iter:3d}/{max_iter}: 最佳时间 = {g_best_val:.2f}s | "
362           f"速度={v_opt:.1f}m/s | 角度={math.degrees(a_opt):.0f}° | "
363           f"投放时间={t1_opt:.1f}/{t2_opt:.1f}/{t3_opt:.1f}s")
364
365 # 提取最优参数
366 v_opt, a_opt, t1_opt, t2_opt, t3_opt, tb1_opt, tb2_opt, tb3_opt = g_best
367
368 # 计算各弹参数
369 p1_drop = uav_pos(t1_opt, v_opt, a_opt)
370 p1_burst, t1_total = bomb_params(v_opt, a_opt, t1_opt, tb1_opt)
371
372 p2_drop = uav_pos(t2_opt, v_opt, a_opt)
373 p2_burst, t2_total = bomb_params(v_opt, a_opt, t2_opt, tb2_opt)
374
375 p3_drop = uav_pos(t3_opt, v_opt, a_opt)
376 p3_burst, t3_total = bomb_params(v_opt, a_opt, t3_opt, tb3_opt)
377
378 # 整理结果
379 result = {
380     'v': round(v_opt, 2),
381     'a_deg': round(math.degrees(a_opt), 1),
382     'total_time': round(g_best_val, 2),
383     'bomb1': {
384         't_drop': round(t1_opt, 2), 'tb': round(tb1_opt, 2),
385         'p_drop': np.round(p1_drop, 2), 'p_burst': np.round(p1_burst, 2),
386         't_total': round(t1_total, 2)
387     },

```

```

388     'bomb2': {
389         't_drop': round(t2_opt, 2), 'tb': round(tb2_opt, 2),
390         'p_drop': np.round(p2_drop, 2), 'p_burst': np.round(p2_burst, 2),
391         't_total': round(t2_total, 2)
392     },
393     'bomb3': {
394         't_drop': round(t3_opt, 2), 'tb': round(tb3_opt, 2),
395         'p_drop': np.round(p3_drop, 2), 'p_burst': np.round(p3_burst, 2),
396         't_total': round(t3_total, 2)
397     }
398 }
399
400 return result
401
402 # ===== 6. 结果保存 =====
403 def save_result(result):
404     """保存结果到Excel"""
405     data = []
406
407     for i in [1, 2, 3]:
408         bomb = result[f'bomb{i}']
409         data.append({
410             '无人机编号': 'FYI',
411             '飞行速度(m/s)': result['v'],
412             '飞行方向角(°)': result['a_deg'],
413             '烟幕弹编号': i,
414             '投放点X(m)': bomb['p_drop'][0],
415             '投放点Y(m)': bomb['p_drop'][1],
416             '投放点Z(m)': bomb['p_drop'][2],
417             '起爆点X(m)': bomb['p_burst'][0],
418             '起爆点Y(m)': bomb['p_burst'][1],
419             '起爆点Z(m)': bomb['p_burst'][2],
420             '投放延迟(s)': bomb['t_drop'],
421             '起爆延迟(s)': bomb['tb'],
422             '联合遮蔽时长(s)': result['total_time']
423         })
424
425     df = pd.DataFrame(data)
426     file_path = os.path.join(out_dir, 'result1.xlsx')
427
428     with pd.ExcelWriter(file_path, engine='openpyxl') as writer:
429         df.to_excel(writer, sheet_name='烟幕弹最优参数', index=False)
430
431     # 添加说明
432     note = pd.DataFrame({'说明': ['飞行方向角: 以X轴为正向, 逆时针为正 (0~360°)']})
433     note.to_excel(writer, sheet_name='烟幕弹最优参数', startrow=len(df)+2, index=False)
434

```

```

435 print(f"\n结果已保存: {file_path}")
436
437 # ===== 7. 主程序 =====
438 if __name__ == "__main__":
439     print("=" * 60)
440     print("FYI 无人机3枚烟幕弹最优投放策略")
441     print("=" * 60)
442
443     # 执行优化
444     print("\n开始PSO优化...")
445     best_result = run_pso()
446
447     # 输出结果
448     print("\n" + "=" * 60)
449     print("最优参数")
450     print("=" * 60)
451
452     print(f"1. 无人机速度: {best_result['v']} m/s")
453     print(f"2. 飞行方向角: {best_result['a_deg']} °")
454     print(f"3. 联合遮蔽时间: {best_result['total_time']} s")
455
456     for i in [1, 2, 3]:
457         bomb = best_result[f'bomb{i}']
458         print(f"\n第{i}枚弹:")
459         print(f"    投放延迟: {bomb['t_drop']} s | 起爆延迟: {bomb['tb']} s")
460         print(f"    投放点: {bomb['p_drop']}")
461         print(f"    起爆点: {bomb['p_burst']}")
462         print(f"    起爆时间: {bomb['t_total']} s")
463
464     # 保存结果
465     save_result(best_result)
466     print("\n计算完成!")

```

附录 D 重叠分段筛选的改进粒子群算法——问题四的 Python 程序

```

1     import numpy as np
2     import os
3     import math
4     import pandas as pd
5     from typing import Tuple, List, Dict, Any
6     import time
7     from scipy.optimize import minimize
8     import concurrent.futures
9     import multiprocessing as mp
10    from concurrent.futures import ThreadPoolExecutor, ProcessPoolExecutor

```

```

11 from functools import partial
12
13 output_dir = 'q4_3drones_optimal'
14 if not os.path.exists(output_dir):
15     os.makedirs(output_dir)
16 g = 9.8 # 重力加速度 (m/s2)
17 v_smoke_sink = 3 # 烟幕匀速下沉速度 (m/s)
18 smoke_radius = 10 # 烟幕有效半径 (m)
19 smoke_valid_time = 20 # 烟幕有效时长 (s)
20 v_M1 = 300 # 导弹M1飞行速度 (m/s)
21 # 3架无人机初始位置
22 P_FY1_initial = np.array([17800, 0, 1800]) # FY1初始位置 (x,y,z)
23 P_FY2_initial = np.array([12000, 1400, 1400]) # FY2初始位置 (x,y,z)
24 P_FY3_initial = np.array([6000, -3000, 700]) # FY3初始位置 (x,y,z)
25 P_M1_initial = np.array([20000, 0, 2000]) # 导弹M1初始位置 (x,y,z)
26 TARGET_SAMPLES = None # 全局缓存真目标采样点 (列表)
27 TARGET_SAMPLES_ARR = None # 全局缓存真目标采样点 (N×3数组)
28 M1_HIT_TIME = np.linalg.norm(P_M1_initial) / v_M1 # 导弹命中假目标时间≈67.0s
29 target_params = {
30     "center": np.array([0, 200, 0]), # 真目标下底面圆心 (x,y,z)
31     "radius": 7, # 真目标半径 (m)
32     "height": 10 # 真目标高度 (m)
33 }
34 # 优化变量范围
35 OPT_BOUNDS = [
36     # FY1参数
37     (70, 140), # v1: FY1飞行速度 (m/s)
38     (-np.pi, np.pi), # theta1: FY1飞行方向角 (rad)
39     (0, 30), # t1: FY1投放时间 (s)
40     (0.1, 15), # tb1: FY1起爆延迟 (s)
41     # FY2参数
42     (70, 140), # v2: FY2飞行速度 (m/s)
43     (-np.pi, np.pi), # theta2: FY2飞行方向角 (rad)
44     (0, 30), # t2: FY2投放时间 (s)
45     (0.1, 15), # tb2: FY2起爆延迟 (s)
46     # FY3参数
47     (70, 140), # v3: FY3飞行速度 (m/s)
48     (-np.pi, np.pi), # theta3: FY3飞行方向角 (rad)
49     (0, 30), # t3: FY3投放时间 (s)
50     (0.1, 15), # tb3: FY3起爆延迟 (s)
51 ]
52 #将12维变量归一化到[0,1]区间
53 NORMALIZATION_PARAMS = []
54 for i, (low, high) in enumerate(OPT_BOUNDS):
55     NORMALIZATION_PARAMS.append({
56         'min': low,
57         'max': high,

```

```

58     'range': high - low})
59     # 改进的PSO + 局部搜索 + 遗传算法混合参数 (增强防局部最优)
60     PSO_PARAMS = {
61         'pop_size': 100,          # 种群大小 (进一步增加以提升多样性)
62         'max_iter': 500,          # 最大迭代次数
63         'w_start': 0.9,           # 初始惯性权重
64         'w_end': 0.4,             # 最终惯性权重
65         'c1': 2.0,                # 个体学习因子
66         'c2': 2.0,                # 社会学习因子
67         'local_search_prob': 0.3,  # 局部搜索概率 (增加)
68         'local_search_iter': 30,   # 局部搜索迭代次数 (增加)
69         'early_stop_patience': 60, # 早停耐心值 (增加)
70         'restart_patience': 40,    # 新增: 连续无改进的重启耐心
71         # 遗传算法增强参数
72         'mutation_rate': 0.2,      # 变异率 (增加)
73         'crossover_rate': 0.85,    # 交叉率 (增加)
74         'elite_ratio': 0.15,       # 精英保留比例 (减少, 增加多样性)
75         'diversity_threshold': 0.005, # 多样性阈值 (更严格)
76         'restart_ratio': 0.4,      # 重启比例 (增加)
77         'restart_iterations': 20,   # 重启间隔 (减少)
78         'genetic_interval': 10,     # 遗传算法执行间隔 (条件触发)
79         'adaptive_mutation': True,  # 自适应变异
80         # 新增: lbest 概率
81         'lbest_prob': 0.6,
82         # 并行计算参数
83         'parallel_batch_size': 64,  # 并行计算批处理大小
84         'parallel_workers': None,    # 并行工作进程数 (None表示自动检测)
85         'use_parallel': True,        # 是否启用并行计算 }
86
87     ENHANCED_PSO = {
88         'use_time_varying': True,
89         'c1_start': 2.5, 'c1_end': 0.5,
90         'c2_start': 0.5, 'c2_end': 2.5,
91         'vel_frac': 0.2,           # 最大速度占边界范围比例
92         'immigrant_period': 8,     # 更频繁的移民
93         'immigrant_ratio': 0.15,   # 增大移民比例
94         'jitter_period': 6,        # 更频繁的抖动
95         'jitter_sigma': 0.04,      # 略增强抖动强度
96         # 新增高级防局部最优策略
97         'use_chaos_mutation': True, # 混沌变异
98         'chaos_mutation_prob': 0.1, # 混沌变异概率
99         'use_levy_flight': True,    # 莱维飞行
100        'levy_flight_prob': 0.15,   # 莱维飞行概率
101        'use_opposition_learning': True, # 对立学习
102        'opposition_prob': 0.1,      # 对立学习概率
103        'use_quantum_behavior': True, # 量子行为
104        'quantum_prob': 0.08,        # 量子行为概率

```

```

105     'use_adaptive_mutation': True,      # 自适应变异
106     'adaptive_mutation_rate': 0.2,     # 自适应变异率
107     'use_elite_opposition': True,       # 精英对立学习
108     'elite_opposition_prob': 0.05,     # 精英对立学习概率
109     'use_restart_with_elite': True,    # 精英保留重启
110     'elite_retention_ratio': 0.2,      # 精英保留比例
111     'use_multi_swarm': True,           # 多群优化
112     'swarm_count': 3,                  # 子群数量
113     'swarm_migration_prob': 0.1,       # 子群迁移概率
114     'use_tabu_search': True,           # 禁忌搜索
115     'tabu_tenure': 10,                 # 禁忌期限
116     'tabu_list_size': 20,              # 禁忌列表大小
117     'use_simulated_annealing': True,   # 模拟退火
118     'sa_initial_temp': 100.0,          # 初始温度
119     'sa_cooling_rate': 0.95,           # 冷却率
120     'use_cultural_algorithm': True,    # 文化算法
121     'cultural_influence_prob': 0.1,    # 文化影响概率 }
122
123 def normalize_particle(particle: np.ndarray) -> np.ndarray:
124     """将12维粒子从原始空间归一化到[0,1]区间"""
125     normalized = np.zeros(12)
126     for i in range(12):
127         param_info = NORMALIZATION_PARAMS[i]
128         normalized[i] = (particle[i] - param_info['min']) / param_info['range']
129     return normalized
130
131 def denormalize_particle(normalized_particle: np.ndarray) -> np.ndarray:
132     """将12维粒子从[0,1]区间反归一化到原始空间"""
133     denormalized = np.zeros(12)
134     for i in range(12):
135         param_info = NORMALIZATION_PARAMS[i]
136         denormalized[i] = normalized_particle[i] * param_info['range'] +
137             param_info['min']
138     return denormalized
139
140 def generate_target_samples() -> list[np.ndarray]:
141     """生成真目标圆柱体的关键采样点"""
142     global TARGET_SAMPLES
143     if TARGET_SAMPLES is not None:
144         return TARGET_SAMPLES
145     samples: list[np.ndarray] = []
146     center = target_params["center"]
147     r = target_params["radius"]
148     h = target_params["height"]
149     for z in [0, h/4, h/2, 3*h/4, h]:
150         samples.append(np.array([center[0], center[1], z]))
151     bottom_z = 0

```

```

151     for i in range(8):
152         ang = i * math.pi / 4
153         samples.append(np.array([r * math.cos(ang), center[1] + r * math.sin(ang),
154                                 bottom_z]))
155     for i in range(8):
156         ang = i * math.pi / 4 + math.pi / 8
157         samples.append(np.array([r * math.cos(ang), center[1] + r * math.sin(ang),
158                                 bottom_z]))
159     top_z = h
160     for i in range(8):
161         ang = i * math.pi / 4
162         samples.append(np.array([r * math.cos(ang), center[1] + r * math.sin(ang),
163                                 top_z]))
164     for i in range(8):
165         ang = i * math.pi / 4 + math.pi / 8
166         samples.append(np.array([r * math.cos(ang), center[1] + r * math.sin(ang),
167                                 top_z]))
168     mid_z = h/2
169     for i in range(8):
170         ang = i * math.pi / 4
171         samples.append(np.array([r * math.cos(ang), center[1] + r * math.sin(ang),
172                                 mid_z]))
173     TARGET_SAMPLES = samples
174     return samples
175
176 def get_target_samples_array() -> np.ndarray:
177     """获取真目标采样点数组用于向量化。"""
178     global TARGET_SAMPLES_ARR
179     if TARGET_SAMPLES_ARR is None:
180         TARGET_SAMPLES_ARR = np.array(generate_target_samples(), dtype=float)
181     return TARGET_SAMPLES_ARR
182
183 def line_segment_sphere_intersect(P1: np.ndarray, P2: np.ndarray,
184 sphere_center: np.ndarray, sphere_radius: float) -> bool:
185     """判断线段是否与球体相交"""
186     d = P2 - P1
187     d_norm_sq = np.dot(d, d)
188     if d_norm_sq < 1e-10: # 线段退化为点
189         return np.linalg.norm(P1 - sphere_center) <= sphere_radius
190     t = max(0, min(1, np.dot(sphere_center - P1, d) / d_norm_sq))
191     closest_point = P1 + t * d
192     distance = np.linalg.norm(closest_point - sphere_center)
193     return distance <= sphere_radius
194
195 def lhs_init(pop_size: int, bounds: List[Tuple[float, float]]) -> np.ndarray:
196     dim = len(bounds)
197     X = np.zeros((pop_size, dim))

```

```

193     # 分层取值 in (0,1)
194     base = (np.arange(pop_size) + np.random.rand(pop_size)) / pop_size
195     for j, (low, high) in enumerate(bounds):
196         vals = base.copy()
197         np.random.shuffle(vals)
198         X[:, j] = low + vals * (high - low)
199     return X
200
201 def repair_particle_3drones(particle: np.ndarray, is_normalized: bool = False)
    -> np.ndarray:
202     Args:
203     particle: 12维粒子向量
204     is_normalized: 是否为归一化空间中的粒子
205     if is_normalized:
206         # 归一化空间: 先反归一化, 修复, 再归一化
207         denormalized = denormalize_particle(particle)
208         repaired = repair_particle_3drones(denormalized, is_normalized=False)
209         return normalize_particle(repaired)
210         repaired = particle.copy()
211
212     for i, (low, high) in enumerate(OPT_BOUNDS):
213         repaired[i] = np.clip(repaired[i], low, high)
214     return repaired
215
216 def calculate_diversity(particles: np.ndarray) -> float:
217     #计算种群多样性
218     if len(particles) <= 1:
219         return 0.0
220     total_distance = 0.0
221     count = 0
222     for i in range(len(particles)):
223         for j in range(i + 1, len(particles)):
224             distance = np.linalg.norm(particles[i] - particles[j])
225             total_distance += distance
226             count += 1
227     return total_distance / count if count > 0 else 0.0
228
229 def crossover_operation(parent1: np.ndarray, parent2: np.ndarray) ->
    Tuple[np.ndarray, np.ndarray]:
230     #交叉操作
231     alpha = np.random.random()
232     child1 = alpha * parent1 + (1 - alpha) * parent2
233     child2 = (1 - alpha) * parent1 + alpha * parent2
234     # 修复到可行域
235     child1 = repair_particle_3drones(child1)
236     child2 = repair_particle_3drones(child2)
237     return child1, child2

```

```

238
239 def mutation_operation(particle: np.ndarray, iteration: int, max_iter: int) ->
    np.ndarray:
240     #变异操作 (自适应高斯变异)
241     mutated = particle.copy()
242     # 自适应变异率: 随迭代次数增加而减少
243     base_mutation_rate = PSO_PARAMS['mutation_rate']
244     adaptive_rate = base_mutation_rate * (1 - iteration / max_iter)
245     for i in range(len(OPT_BOUNDS)):
246         if np.random.random() < adaptive_rate:
247             low, high = OPT_BOUNDS[i]
248             sigma = (high - low) * 0.1
249             mutation = np.random.normal(0, sigma)
250             mutated[i] = np.clip(mutated[i] + mutation, low, high)
251     return mutated
252
253 def chaos_mutation(particle: np.ndarray, iteration: int, max_iter: int) ->
    np.ndarray:
254     """混沌变异: 使用混沌映射生成变异"""
255     mutated = particle.copy()
256     # 使用Logistic混沌映射
257     chaos_param = 3.9
258     chaos_value = np.random.random()
259     for _ in range(10): # 混沌迭代
260         chaos_value = chaos_param * chaos_value * (1 - chaos_value)
261     # 基于混沌值进行变异
262     for i in range(len(particle)):
263         if np.random.random() < ENHANCED_PSO['chaos_mutation_prob']:
264             # 混沌变异强度随迭代递减
265             mutation_strength = 0.1 * (1 - iteration / max_iter) * chaos_value
266             mutated[i] += np.random.normal(0, mutation_strength)
267     return repair_particle_3drones(mutated)
268
269 def levy_flight(particle: np.ndarray, global_best: np.ndarray) -> np.ndarray:
270     """莱维飞行"""
271     if np.random.random() > ENHANCED_PSO['levy_flight_prob']:
272         return particle
273     # 莱维分布参数
274     alpha = 1.5
275     beta = 1.0
276     # 生成莱维步长
277     u = np.random.normal(0, 1, len(particle))
278     v = np.random.normal(0, 1, len(particle))
279     # 莱维步长计算
280     levy_step = u / (np.abs(v) ** (1/alpha))
281     levy_step = np.clip(levy_step, -1, 1) # 限制步长范围
282     new_particle = particle + 0.01 * levy_step * (global_best - particle)

```

```

283     return repair_particle_3drones(new_particle)
284
285 def opposition_learning(particle: np.ndarray) -> np.ndarray:
286     """对立学习：生成当前解的对立解"""
287     if np.random.random() > ENHANCED_PSO['opposition_prob']:
288         return particle
289
290     # 计算对立解
291     opposition = np.zeros_like(particle)
292     for i, (low, high) in enumerate(OPT_BOUNDS):
293         opposition[i] = low + high - particle[i]
294     return repair_particle_3drones(opposition)
295
296 def quantum_behavior(particle: np.ndarray, personal_best: np.ndarray,
297                     global_best: np.ndarray) -> np.ndarray:
298     if np.random.random() > ENHANCED_PSO['quantum_prob']:
299         return particle
300     # 量子半径计算
301     quantum_radius = np.linalg.norm(global_best - personal_best) / 2.0
302     # 量子位置更新
303     quantum_particle = np.zeros_like(particle)
304     for i in range(len(particle)):
305         # 量子不确定性
306         uncertainty = np.random.normal(0, quantum_radius)
307         quantum_particle[i] = global_best[i] + uncertainty
308     return repair_particle_3drones(quantum_particle)
309
310 def adaptive_mutation(particle: np.ndarray, fitness: float, avg_fitness: float,
311                      iteration: int, max_iter: int) -> np.ndarray:
312     """自适应变异：根据适应度差异调整变异强度"""
313     if np.random.random() > ENHANCED_PSO['adaptive_mutation_rate']:
314         return particle
315     mutated = particle.copy()
316     # 计算适应度差异
317     fitness_diff = abs(fitness - avg_fitness) / (avg_fitness + 1e-8)
318     mutation_strength = 0.1 * fitness_diff * (1 - iteration / max_iter)
319     for i in range(len(particle)):
320         if np.random.random() < 0.3: # 30%的维度参与变异
321             mutation = np.random.normal(0, mutation_strength)
322             mutated[i] += mutation
323     return repair_particle_3drones(mutated)
324
325 def elite_opposition_learning(particles: np.ndarray, fitness: np.ndarray) ->
326     np.ndarray:
327     """精英对立学习：对精英粒子进行对立学习"""
328     if np.random.random() > ENHANCED_PSO['elite_opposition_prob']:
329         return particles

```

```

327         elite_count = max(1, int(len(particles) * 0.2))
328         elite_indices = np.argsort(fitness)[-elite_count:]
329         new_particles = particles.copy()
330         for idx in elite_indices:
331             # 生成对立解
332             opposition = opposition_learning(particles[idx])
333             new_particles[idx] = opposition
334         return new_particles
335
336     def multi_swarm_optimization(particles: np.ndarray, fitness: np.ndarray) ->
        np.ndarray:
337         """将种群分为多个子群独立优化"""
338         if not ENHANCED_PSO['use_multi_swarm']:
339             return particles
340
341         pop_size = len(particles)
342         swarm_count = ENHANCED_PSO['swarm_count']
343         swarm_size = pop_size // swarm_count
344
345         new_particles = particles.copy()
346         for swarm_id in range(swarm_count):
347             start_idx = swarm_id * swarm_size
348             end_idx = start_idx + swarm_size if swarm_id < swarm_count - 1 else
                pop_size
349             swarm_particles = particles[start_idx:end_idx]
350             swarm_fitness = fitness[start_idx:end_idx]
351             swarm_best_idx = np.argmax(swarm_fitness)
352             swarm_best = swarm_particles[swarm_best_idx]
353             for i in range(len(swarm_particles)):
354                 if np.random.random() < ENHANCED_PSO['swarm_migration_prob']:
355                     # 向子群最优移动
356                     direction = swarm_best - swarm_particles[i]
357                     new_particles[start_idx + i] = swarm_particles[i] + 0.1 * direction
358             return new_particles
359
360         class TabuSearch:
361             # 维护禁忌列表避免重复搜索
362             def __init__(self, tabu_tenure: int = 10, tabu_list_size: int = 20):
363                 self.tabu_list = []
364                 self.tabu_tenure = tabu_tenure
365                 self.tabu_list_size = tabu_list_size
366
367             def is_tabu(self, particle: np.ndarray) -> bool:
368                 """检查粒子是否在禁忌列表中"""
369                 for tabu_particle, tenure in self.tabu_list:
370                     if np.linalg.norm(particle - tabu_particle) < 1e-6:
371                         return True

```

```

372     return False
373
374 def add_to_tabu(self, particle: np.ndarray):
375     """添加粒子到禁忌列表"""
376     self.tabu_list.append((particle.copy(), self.tabu_tenure))
377     # 限制禁忌列表大小
378     if len(self.tabu_list) > self.tabu_list_size:
379         self.tabu_list.pop(0)
380
381 def update_tabu(self):
382     """更新禁忌列表：减少禁忌期限"""
383     self.tabu_list = [(particle, tenure - 1) for particle, tenure in
384                       self.tabu_list if tenure > 1]
385
386 class SimulatedAnnealing:
387     #模拟退火：概率性接受劣解
388     def __init__(self, initial_temp: float = 100.0, cooling_rate: float = 0.95):
389         self.temperature = initial_temp
390         self.cooling_rate = cooling_rate
391
392     def accept_solution(self, old_fitness: float, new_fitness: float) -> bool:
393         #判断是否接受新解
394         if new_fitness > old_fitness:
395             return True
396         delta = new_fitness - old_fitness
397         if self.temperature > 0:
398             accept_prob = np.exp(delta / self.temperature)
399             return np.random.random() < accept_prob
400             return False
401
402     def cool_down(self):
403         self.temperature *= self.cooling_rate
404
405 class CulturalAlgorithm:
406     def __init__(self):
407         self.belief_space = {
408             'situational': None, # 情境知识
409             'normative': None, # 规范知识
410             'topographical': None, # 地形知识 }
411
412     def update_belief_space(self, particles: np.ndarray, fitness: np.ndarray):
413         # 更新情境知识（最优解）
414         best_idx = np.argmax(fitness)
415         self.belief_space['situational'] = particles[best_idx].copy()
416         # 更新规范知识
417         self.belief_space['normative'] = {
418             'lower': np.min(particles, axis=0),

```

```

418         'upper': np.max(particles, axis=0) }
419
420 def influence_particles(self, particles: np.ndarray) -> np.ndarray:
421     #信念空间影响粒子
422     if np.random.random() > ENHANCED_PSO['cultural_influence_prob']:
423         return particles
424     influenced_particles = particles.copy()
425     # 情境知识影响
426     if self.belief_space['situational'] is not None:
427         for i in range(len(particles)):
428             if np.random.random() < 0.1: # 10%概率受情境知识影响
429                 direction = self.belief_space['situational'] - particles[i]
430                 influenced_particles[i] += 0.05 * direction
431         return influenced_particles
432
433 def genetic_enhancement(particles: np.ndarray, fitness: np.ndarray, iteration:
434     int) -> np.ndarray:
435     #遗传算法增强操作
436     pop_size = len(particles)
437     elite_size = int(pop_size * PSO_PARAMS['elite_ratio'])
438     # 选择精英
439     elite_indices = np.argsort(fitness)[-elite_size:]
440     elite_particles = particles[elite_indices]
441     new_particles = elite_particles.copy()
442     while len(new_particles) < pop_size:
443         parent1_idx = np.random.choice(elite_size)
444         parent2_idx = np.random.choice(elite_size)
445         if np.random.random() < PSO_PARAMS['crossover_rate']:
446             child1, child2 = crossover_operation(
447                 elite_particles[parent1_idx],
448                 elite_particles[parent2_idx] )
449             new_particles = np.vstack([new_particles, child1])
450             if len(new_particles) < pop_size:
451                 new_particles = np.vstack([new_particles, child2])
452         else:
453             new_particles = np.vstack([new_particles, elite_particles[parent1_idx]])
454             for i in range(elite_size, pop_size): # 精英不参与变异
455                 new_particles[i] = mutation_operation(new_particles[i], iteration,
456                     PSO_PARAMS['max_iter'])
457     return new_particles[:pop_size]
458
459 def population_restart(particles: np.ndarray, fitness: np.ndarray) ->
460     np.ndarray:
461     pop_size = len(particles)
462     restart_size = int(pop_size * PSO_PARAMS['restart_ratio'])
463     elite_size = int(pop_size * PSO_PARAMS['elite_ratio'])
464     elite_indices = np.argsort(fitness)[-elite_size:]

```

```

462     new_particles = particles[elite_indices].copy()
463     # 重新初始化部分粒子
464     for i in range(restart_size):
465         new_particle = np.zeros(len(OPT_BOUNDS))
466         for j, (low, high) in enumerate(OPT_BOUNDS):
467             new_particle[j] = np.random.uniform(low, high)
468             new_particles = np.vstack([new_particles, new_particle])
469             remaining_size = pop_size - len(new_particles)
470         if remaining_size > 0:
471             for i in range(remaining_size):
472                 new_particle = np.zeros(len(OPT_BOUNDS))
473                 for j, (low, high) in enumerate(OPT_BOUNDS):
474                     new_particle[j] = np.random.uniform(low, high)
475                     new_particles = np.vstack([new_particles, new_particle])
476             return new_particles
477
478 def get_fy_position(fy_initial: np.ndarray, v: float, theta: float, t: float)
    -> np.ndarray:
479 #获取无人机在时间t的位置
480     return fy_initial + np.array([v * np.cos(theta) * t, v * np.sin(theta) * t,
481                                     0])
482
483 def get_bomb_burst_params_3drones(fy_initial: np.ndarray, v: float, theta:
    float, t_drop: float, t_burst: float) -> Tuple[np.ndarray, np.ndarray,
    float]:
484 """获取3架无人机的烟幕弹起爆参数（修正弹道计算）"""
485 P_drop = get_fy_position(fy_initial, v, theta, t_drop)
486
487 # 考虑重力和触地约束
488 t_flight = t_burst - t_drop
489 v0_x = v * np.cos(theta)
490 v0_y = v * np.sin(theta)
491 # 计算触地时间（从投放点开始）
492 #  $z(t) = P\_drop[2] - 0.5 * g * t^2 = 0$ 
493 # 解得:  $t\_ground = \sqrt{2 * P\_drop[2] / g}$ 
494 t_ground = np.sqrt(2 * P_drop[2] / g) if P_drop[2] > 0 else 0
495 if t_flight <= t_ground:
496     x_burst = P_drop[0] + v0_x * t_flight
497     y_burst = P_drop[1] + v0_y * t_flight
498     z_burst = P_drop[2] - 0.5 * g * t_flight**2
499 else:
500     x_burst = P_drop[0] + v0_x * t_ground
501     y_burst = P_drop[1] + v0_y * t_ground
502     z_burst = 0.0 # 触地点
503     P_burst = np.array([x_burst, y_burst, z_burst])
504 return P_drop, P_burst, t_burst

```

```

505 def calculate_joint_shelter_duration_3drones_vectorized(particles: np.ndarray)
    -> np.ndarray:
506     #向量化计算多个粒子的联合遮蔽时长
507     Args:
508     particles: (N, 12) 数组, 每行包含 [v1, theta1, t1, tb1, v2, theta2, t2, tb2,
        v3, theta3, t3, tb3]
509     Returns:
510     fitness: (N,) 数组, 每个粒子的联合遮蔽时长
511     if particles.ndim == 1:
512         particles = particles.reshape(1, -1)
513         N = particles.shape[0]
514         fitness = np.zeros(N)
515     # 预计算目标采样点
516     target_samples_arr = get_target_samples_array()
517     num_targets = target_samples_arr.shape[0]
518     # 预计算导弹方向向量
519     dir_vec = -P_M1_initial
520     dir_unit = dir_vec / np.linalg.norm(dir_vec)
521     batch_size = min(32, N) # 批处理大小, 避免内存过大
522     for batch_start in range(0, N, batch_size):
523         batch_end = min(batch_start + batch_size, N)
524         batch_particles = particles[batch_start:batch_end]
525         batch_size_actual = batch_end - batch_start
526     # 解析批次粒子参数
527     v1_batch = batch_particles[:, 0]
528     theta1_batch = batch_particles[:, 1]
529     t1_batch = batch_particles[:, 2]
530     tb1_batch = batch_particles[:, 3]
531     v2_batch = batch_particles[:, 4]
532     theta2_batch = batch_particles[:, 5]
533     t2_batch = batch_particles[:, 6]
534     tb2_batch = batch_particles[:, 7]
535     v3_batch = batch_particles[:, 8]
536     theta3_batch = batch_particles[:, 9]
537     t3_batch = batch_particles[:, 10]
538     tb3_batch = batch_particles[:, 11]
539     # FY1
540     P_drop1_batch = P_FY1_initial[None, :] + v1_batch[:, None] *
        np.array([np.cos(theta1_batch), np.sin(theta1_batch),
            np.zeros_like(theta1_batch)]).T * t1_batch[:, None]
541     P_burst1_batch = P_drop1_batch.copy()
542     P_burst1_batch[:, 0] += v1_batch * np.cos(theta1_batch) * tb1_batch
543     P_burst1_batch[:, 1] += v1_batch * np.sin(theta1_batch) * tb1_batch
544     P_burst1_batch[:, 2] = np.maximum(P_drop1_batch[:, 2] - 0.5 * g *
        tb1_batch**2, 0.0)
545     t_burst1_batch = t1_batch + tb1_batch
546     # FY2

```

```

547 P_drop2_batch = P_FY2_initial[None, :] + v2_batch[:, None] *
      np.array([np.cos(theta2_batch), np.sin(theta2_batch),
      np.zeros_like(theta2_batch)]).T * t2_batch[:, None]
548 P_burst2_batch = P_drop2_batch.copy()
549 P_burst2_batch[:, 0] += v2_batch * np.cos(theta2_batch) * tb2_batch
550 P_burst2_batch[:, 1] += v2_batch * np.sin(theta2_batch) * tb2_batch
551 P_burst2_batch[:, 2] = np.maximum(P_drop2_batch[:, 2] - 0.5 * g *
      tb2_batch**2, 0.0)
552 t_burst2_batch = t2_batch + tb2_batch
553 # FY3
554 P_drop3_batch = P_FY3_initial[None, :] + v3_batch[:, None] *
      np.array([np.cos(theta3_batch), np.sin(theta3_batch),
      np.zeros_like(theta3_batch)]).T * t3_batch[:, None]
555 P_burst3_batch = P_drop3_batch.copy()
556 P_burst3_batch[:, 0] += v3_batch * np.cos(theta3_batch) * tb3_batch
557 P_burst3_batch[:, 1] += v3_batch * np.sin(theta3_batch) * tb3_batch
558 P_burst3_batch[:, 2] = np.maximum(P_drop3_batch[:, 2] - 0.5 * g *
      tb3_batch**2, 0.0)
559 t_burst3_batch = t3_batch + tb3_batch
560 time_step = 0.05
561 start_times = np.minimum(np.minimum(t_burst1_batch, t_burst2_batch),
      t_burst3_batch)
562 end_times = np.minimum(np.maximum(np.maximum(t_burst1_batch +
      smoke_valid_time,
563 t_burst2_batch + smoke_valid_time),
564 t_burst3_batch + smoke_valid_time), M1_HIT_TIME)
565 for i in range(batch_size_actual):
566 if start_times[i] >= end_times[i]:
567 fitness[batch_start + i] = 0.0
568 time_points = np.arange(start_times[i], end_times[i] + time_step, time_step)
569 T = len(time_points)
570 # 计算导弹位置
571 missile_positions = P_M1_initial[None, :] + v_M1 * dir_unit[None, :] *
      time_points[:, None] # (T, 3)
572 smoke_centers_list = []
573 valid_masks_list = []
574 for P_burst, t_burst in [(P_burst1_batch[i], t_burst1_batch[i]),
575 (P_burst2_batch[i], t_burst2_batch[i]),
576 (P_burst3_batch[i], t_burst3_batch[i])]:
577 smoke_times = time_points - t_burst
578 valid_mask = (smoke_times >= 0) & (smoke_times <= smoke_valid_time)
579 smoke_centers = np.zeros((T, 3))
580 smoke_centers[valid_mask, 0] = P_burst[0]
581 smoke_centers[valid_mask, 1] = P_burst[1]
582 smoke_centers[valid_mask, 2] = np.maximum(P_burst[2] - v_smoke_sink *
      smoke_times[valid_mask], 0.0)
583 smoke_centers_list.append(smoke_centers)

```

```

584     valid_masks_list.append(valid_mask)
585     # 向量化遮蔽检测
586     total_shelter_time = 0.0
587     for t_idx in range(T):
588         missile_pos = missile_positions[t_idx]
589         is_occluded = False
590         for smoke_centers, valid_mask in zip(smoke_centers_list, valid_masks_list):
591             if not valid_mask[t_idx]:
592                 continue
593             smoke_center = smoke_centers[t_idx]
594             A = missile_pos
595             Qs = target_samples_arr
596             AB = Qs - A
597             len2_AB = np.sum(AB * AB, axis=1)
598             mask = len2_AB > 1e-12
599             if not np.any(mask):
600                 continue
601             AC = (smoke_center - A)[None, :]
602             t_proj = np.zeros_like(len2_AB)
603             t_proj[mask] = np.sum(AB[mask] * AC, axis=1) / len2_AB[mask]
604             t_clamped = np.clip(t_proj, 0.0, 1.0)
605             P_near = A[None, :] + t_clamped[:, None] * AB
606             dist2 = np.sum((P_near - smoke_center[None, :]) ** 2, axis=1)
607             hit = dist2 <= (smoke_radius * smoke_radius + 1e-8)
608             hit = np.logical_and(hit, P_near[:, 2] >= 0.0)
609             if np.any(hit):
610                 is_occluded = True
611                 break
612             if is_occluded:
613                 total_shelter_time += time_step
614                 fitness[batch_start + i] = total_shelter_time
615         return fitness if N > 1 else fitness[0]
616     def batch_fitness_calculation(particles: np.ndarray, batch_size: int = 32) ->
        np.ndarray:
617         N = particles.shape[0]
618         if N <= batch_size:
619             return calculate_joint_shelter_duration_3drones_vectorized(particles)
620         fitness = np.zeros(N)
621         for i in range(0, N, batch_size):
622             end_idx = min(i + batch_size, N)
623             batch_particles = particles[i:end_idx]
624             fitness[i:end_idx] =
                calculate_joint_shelter_duration_3drones_vectorized(batch_particles)
625         return fitness
626
627     def _process_particle_chunk(chunk_data: Tuple[np.ndarray, int, int]) ->
        Tuple[np.ndarray, int, int]:

```

```

628     chunk_particles, start_idx, end_idx = chunk_data
629     chunk_fitness =
        calculate_joint_shelter_duration_3drones_vectorized(chunk_particles)
630     return chunk_fitness, start_idx, end_idx
631
632 def parallel_fitness_calculation(particles: np.ndarray,
633     batch_size: int = 32,
634     n_workers: int = None,
635     use_threads: bool = True) -> np.ndarray:
636     #并行计算适应度，支持多线程和多进程
637     N = particles.shape[0]
638     if N <= batch_size:
639         return calculate_joint_shelter_duration_3drones_vectorized(particles)
640     if n_workers is None:
641         n_workers = min(mp.cpu_count(), 8) # 最多使用8个核心
642         chunks = []
643     for i in range(0, N, batch_size):
644         end_idx = min(i + batch_size, N)
645         chunk_particles = particles[i:end_idx]
646         chunks.append((chunk_particles, i, end_idx))
647         fitness = np.zeros(N)
648     if use_threads:
649         # 使用多线程（适合I/O密集型任务）
650         with ThreadPoolExecutor(max_workers=n_workers) as executor:
651             results = list(executor.map(_process_particle_chunk, chunks))
652     else:
653         with ProcessPoolExecutor(max_workers=n_workers) as executor:
654             results = list(executor.map(_process_particle_chunk, chunks))
655         for chunk_fitness, start_idx, end_idx in results:
656             fitness[start_idx:end_idx] = chunk_fitness
657     return fitness
658
659 def adaptive_parallel_fitness_calculation(particles: np.ndarray,
660     batch_size: int = 32,
661     n_workers: int = None) -> np.ndarray:
662     #自适应并行计算适应度，根据数据规模选择最优策略
663     N = particles.shape[0]
664     if N <= batch_size:
665         return calculate_joint_shelter_duration_3drones_vectorized(particles)
666     elif N <= batch_size * 4:
667         return parallel_fitness_calculation(particles, batch_size, n_workers,
            use_threads=True)
668     else:
669         return parallel_fitness_calculation(particles, batch_size, n_workers,
            use_threads=False)
670
671 def compute_fitness_with_config(particles: np.ndarray) -> np.ndarray:

```

```

672     if PSO_PARAMS[ 'use_parallel' ]:
673         return adaptive_parallel_fitness_calculation(
674             particles,
675             batch_size=PSO_PARAMS[ 'parallel_batch_size' ],
676             n_workers=PSO_PARAMS[ 'parallel_workers' ]
677         )
678     else:
679         return batch_fitness_calculation(particles,
680                                         batch_size=PSO_PARAMS[ 'parallel_batch_size' ])
681
682 def benchmark_parallel_performance(n_particles: int = 100, n_trials: int = 3)
683     -> Dict[str, float]:
684     test_particles = np.random.rand(n_particles, 12)
685     for i in range(12):
686         low, high = OPT_BOUNDS[i]
687         test_particles[:, i] = low + test_particles[:, i] * (high - low)
688         serial_times = []
689         for _ in range(n_trials):
690             start_time = time.time()
691             _ = batch_fitness_calculation(test_particles, batch_size=32)
692             serial_times.append(time.time() - start_time)
693         parallel_times = []
694         for _ in range(n_trials):
695             start_time = time.time()
696             _ = adaptive_parallel_fitness_calculation(test_particles, batch_size=64)
697             parallel_times.append(time.time() - start_time)
698         avg_serial_time = np.mean(serial_times)
699         avg_parallel_time = np.mean(parallel_times)
700         speedup = avg_serial_time / avg_parallel_time
701         results = {
702             'serial_time': avg_serial_time,
703             'parallel_time': avg_parallel_time,
704             'speedup': speedup,
705             'efficiency': speedup / min(mp.cpu_count(), 8) * 100 }
706     return results
707
708 def calculate_joint_shelter_duration_3drones(v1: float, theta1: float, t1:
709     float, tb1: float,
710     v2: float, theta2: float, t2: float, tb2: float,
711     v3: float, theta3: float, t3: float, tb3: float) -> float:
712     # 获取起爆参数
713     P_drop1, P_burst1, t_burst1 = get_bomb_burst_params_3drones(P_FY1_initial,
714         v1, theta1, t1, t1 + tb1)
715     P_drop2, P_burst2, t_burst2 = get_bomb_burst_params_3drones(P_FY2_initial,
716         v2, theta2, t2, t2 + tb2)
717     P_drop3, P_burst3, t_burst3 = get_bomb_burst_params_3drones(P_FY3_initial,
718         v3, theta3, t3, t3 + tb3)

```

```

713     # 从最早起爆到三弹有效期并集末端，且不超过导弹命中
714     time_step = 0.05
715     start_time = min(t_burst1, t_burst2, t_burst3)
716     end_time = min(max(t_burst1 + smoke_valid_time, t_burst2 + smoke_valid_time,
717                        t_burst3 + smoke_valid_time), M1_HIT_TIME)
717     if start_time >= end_time:
718         return 0.0
719     time_points = np.arange(start_time, end_time + time_step, time_step)
720     # 获取目标采样点)
721     target_samples_arr = get_target_samples_array()
722     total_shelter_time = 0.0
723     prev_eff: bool | None = None
724     for idx, t in enumerate(time_points):
725         # 计算导弹位置 (导弹从初始位置飞向原点)
726         dir_vec = -P_M1_initial # 指向假目标 (原点) 的方向向量
727         dir_unit = dir_vec / np.linalg.norm(dir_vec) # 单位向量
728         missile_pos = P_M1_initial + v_M1 * dir_unit * t
729         # OR口径: 任一采样点被任一烟幕遮蔽即有效
730         A = missile_pos # (3,)
731         Qs = target_samples_arr # (N,3)
732         AB = Qs - A # (N,3)
733         len2_AB = np.sum(AB * AB, axis=1)
734         mask = len2_AB > 1e-12
735
736     def check_occluded(P_burst: np.ndarray, t_burst: float) -> bool:
737         if not (t_burst <= t <= t_burst + smoke_valid_time):
738             return False
739         smoke_z = max(P_burst[2] - v_smoke_sink * (t - t_burst), 0.0)
740         C = np.array([P_burst[0], P_burst[1], smoke_z])
741         R = smoke_radius
742         AC = (C - A)[None, :]
743         t_proj = np.zeros_like(len2_AB)
744         t_proj[mask] = np.sum(AB[mask] * AC, axis=1) / len2_AB[mask]
745         t_clamped = np.clip(t_proj, 0.0, 1.0)
746         P_near = A[None, :] + t_clamped[:, None] * AB
747         dist2 = np.sum((P_near - C[None, :]) ** 2, axis=1)
748         hit = dist2 <= (R * R + 1e-8)
749         # 半空间裁剪: 仅地面以上的最近点有效 (开关可扩展)
750         hit = np.logical_and(hit, P_near[:, 2] >= 0.0)
751         return np.any(hit)
752     eff = (check_occluded(P_burst1, t_burst1) or
753            check_occluded(P_burst2, t_burst2) or
754            check_occluded(P_burst3, t_burst3))
755     if eff:
756         total_shelter_time += time_step
757     # 边界二分细化: 当相邻采样点有效性发生变化时进行边界定位
758     if idx > 0 and prev_eff is not None and (eff != prev_eff):

```

```

759     lo = time_points[idx - 1]
760     hi = t
761     for _ in range(5): # 细化次数
762         mid = 0.5 * (lo + hi)
763         # 重新计算导弹遮蔽状态
764         A_mid = P_M1_initial + v_M1 * dir_unit * mid
765         Qs_mid = target_samples_arr
766         AB_mid = Qs_mid - A_mid
767         len2_mid = np.sum(AB_mid * AB_mid, axis=1)
768         mask_mid = len2_mid > 1e-12
769         def occluded_mid(P_burst: np.ndarray, t_burst: float) -> bool:
770             if not (t_burst <= mid <= t_burst + smoke_valid_time):
771                 return False
772             smoke_z = max(P_burst[2] - v_smoke_sink * (mid - t_burst), 0.0)
773             C = np.array([P_burst[0], P_burst[1], smoke_z])
774             R = smoke_radius
775             ACm = (C - A_mid)[None, :]
776             tproj = np.zeros_like(len2_mid)
777             tproj[mask_mid] = np.sum(AB_mid[mask_mid] * ACm, axis=1) / len2_mid[mask_mid]
778             tcl = np.clip(tproj, 0.0, 1.0)
779             Pn = A_mid[None, :] + tcl[:, None] * AB_mid
780             d2 = np.sum((Pn - C[None, :]) ** 2, axis=1)
781             hit = d2 <= (R * R + 1e-8)
782             hit = np.logical_and(hit, Pn[:, 2] >= 0.0)
783             return np.any(hit)
784         cur = (occluded_mid(P_burst1, t_burst1) or
785             occluded_mid(P_burst2, t_burst2) or
786             occluded_mid(P_burst3, t_burst3))
787         if cur == prev_eff:
788             lo = mid
789         else:
790             hi = mid
791             prev_eff = eff
792         return total_shelter_time
793     def local_search_optimization(particle: np.ndarray) -> np.ndarray:
794         def objective(x):
795             return -calculate_joint_shelter_duration_3drones(*x)
796         # 使用L-BFGS-B方法进行局部搜索
797         result = minimize(objective, particle, method='L-BFGS-B', bounds=OPT_BOUNDS,
798             options={'maxiter': PSO_PARAMS['local_search_iter']})
799         if result.success:
800             return repair_particle_3drones(result.x)
801         else:
802             return particle
803
804     def hybrid_pso_local_search_ultra_enhanced() -> Tuple[Dict[str, float],
        List[Tuple[int, float, float]]]:

```

```

805     if PSO_PARAMS['use_parallel']:
806         n_workers = PSO_PARAMS['parallel_workers'] or min(mp.cpu_count(), 8)
807         # 初始化种群
808         pop_size = PSO_PARAMS['pop_size']
809         dim = 12
810         # 在归一化空间[0,1]^12中初始化粒子位置
811         particles = np.random.rand(pop_size, dim)
812         velocities = np.random.randn(pop_size, dim) * 0.1
813         # 初始化个体最优和全局最优
814         personal_best = particles.copy()
815         # 批量计算初始适应度
816         denormalized_particles = np.array([denormalize_particle(p) for p in
            particles])
817         personal_best_fitness = compute_fitness_with_config(denormalized_particles)
818         global_best_idx = np.argmax(personal_best_fitness)
819         global_best = personal_best[global_best_idx].copy()
820         global_best_fitness = personal_best_fitness[global_best_idx]
821         # 初始化策略组件
822         tabu_search = TabuSearch(ENHANCED_PSO['tabu_tenure'],
            ENHANCED_PSO['tabu_list_size'])
823         simulated_annealing = SimulatedAnnealing(ENHANCED_PSO['sa_initial_temp'],
            ENHANCED_PSO['sa_cooling_rate'])
824         cultural_algorithm = CulturalAlgorithm()
825         optimization_history = []
826         no_improvement_count = 0
827         last_restart_iter = 0
828         # PSO主循环（集成所有高级策略）
829         for iteration in range(PSO_PARAMS['max_iter']):
830             # 计算惯性权重
831             w = PSO_PARAMS['w_start'] - (PSO_PARAMS['w_start'] - PSO_PARAMS['w_end']) *
                iteration / PSO_PARAMS['max_iter']
832             if ENHANCED_PSO['use_time_varying']:
833                 ratio = iteration / max(1, PSO_PARAMS['max_iter'])
834                 c1_tv = ENHANCED_PSO['c1_start'] + (ENHANCED_PSO['c1_end'] -
                    ENHANCED_PSO['c1_start']) * ratio
835                 c2_tv = ENHANCED_PSO['c2_start'] + (ENHANCED_PSO['c2_end'] -
                    ENHANCED_PSO['c2_start']) * ratio
836             else:
837                 c1_tv, c2_tv = PSO_PARAMS['c1'], PSO_PARAMS['c2']
838             generation_improved = False
839             avg_fitness = np.mean(personal_best_fitness)
840             idx_left = (np.arange(pop_size) - 1) % pop_size
841             idx_right = (np.arange(pop_size) + 1) % pop_size
842             for i in range(pop_size):
843                 # lbest邻域选择
844                 lbest_idx = i
845                 if personal_best_fitness[idx_left[i]] > personal_best_fitness[lbest_idx]:

```

```

846     lbest_idx = idx_left[i]
847     if personal_best_fitness[idx_right[i]] > personal_best_fitness[lbest_idx]:
848         lbest_idx = idx_right[i]
849         social_target = personal_best[lbest_idx] if (np.random.rand() <
            PSO_PARAMS['lbest_prob']) else global_best
850     # 标准PSO更新
851     r1, r2 = np.random.random(2)
852     velocities[i] = (w * velocities[i] +
853         c1_tv * r1 * (personal_best[i] - particles[i]) +
854         c2_tv * r2 * (social_target - particles[i]))
855     vel_cap = np.full(dim, 0.1)
856     velocities[i] = np.clip(velocities[i], -vel_cap, vel_cap)
857     particles[i] += velocities[i]
858     particles[i] = np.clip(particles[i], 0.0, 1.0)
859     particles[i] = repair_particle_3drones(particles[i], is_normalized=True)
860     original_particle = particles[i].copy()
861     if ENHANCED_PSO['use_chaos_mutation']:
862         particles[i] = chaos_mutation(particles[i], iteration,
            PSO_PARAMS['max_iter'])
863     # 莱维飞行
864     if ENHANCED_PSO['use_levy_flight']:
865         particles[i] = levy_flight(particles[i], global_best)
866     # 量子行为
867     if ENHANCED_PSO['use_quantum_behavior']:
868         particles[i] = quantum_behavior(particles[i], personal_best[i],
            global_best)
869     # 自适应变异
870     if ENHANCED_PSO['use_adaptive_mutation']:
871         particles[i] = adaptive_mutation(particles[i], personal_best_fitness[i],
            avg_fitness, iteration, PSO_PARAMS['max_iter'])
872     # 禁忌搜索检查
873     if ENHANCED_PSO['use_tabu_search'] and tabu_search.is_tabu(particles[i]):
874         particles[i] = original_particle # 恢复原粒子
875     # 计算适应度
876     denormalized_particle = denormalize_particle(particles[i])
877     fitness = compute_fitness_with_config(denormalized_particle.reshape(1, -1))
878     if np.isscalar(fitness):
879         fitness = float(fitness)
880     else:
881         fitness = fitness[0]
882     # 模拟退火接受机制
883     if ENHANCED_PSO['use_simulated_annealing']:
884         if not simulated_annealing.accept_solution(personal_best_fitness[i],
            fitness):
885             particles[i] = original_particle
886     fitness = personal_best_fitness[i]
887     if fitness > personal_best_fitness[i]:

```

```

888     personal_best[i] = particles[i].copy()
889     personal_best_fitness[i] = fitness
890     generation_improved = True
891     # 添加到禁忌列表
892     if ENHANCED_PSO['use_tabu_search']:
893         tabu_search.add_to_tabu(particles[i])
894     # 更新全局最优
895     if fitness > global_best_fitness:
896         global_best = particles[i].copy()
897         global_best_fitness = fitness
898     # 更新高级策略组件
899     tabu_search.update_tabu()
900     simulated_annealing.cool_down()
901     cultural_algorithm.update_belief_space(particles, personal_best_fitness)
902     # 7. 文化算法影响
903     if ENHANCED_PSO['use_cultural_algorithm']:
904         particles = cultural_algorithm.influence_particles(particles)
905     #精英对立学习
906     if ENHANCED_PSO['use_elite_opposition']:
907         particles = elite_opposition_learning(particles, personal_best_fitness)
908     if ENHANCED_PSO['use_multi_swarm']:
909         particles = multi_swarm_optimization(particles, personal_best_fitness)
910     if np.random.random() < PSO_PARAMS['local_search_prob']:
911         idx = np.random.randint(0, pop_size)
912         denormalized_particle = denormalize_particle(particles[idx])
913         improved_particle = local_search_optimization(denormalized_particle)
914         improved_particle_normalized = normalize_particle(improved_particle)
915         improved_fitness = compute_fitness_with_config(improved_particle.reshape(1,
916             -1))
917     if np.isscalar(improved_fitness):
918         improved_fitness = float(improved_fitness)
919     else:
920         improved_fitness = improved_fitness[0]
921     if improved_fitness > personal_best_fitness[idx]:
922         particles[idx] = improved_particle_normalized
923         personal_best[idx] = improved_particle_normalized
924         personal_best_fitness[idx] = improved_fitness
925         generation_improved = True
926     if improved_fitness > global_best_fitness:
927         global_best = improved_particle_normalized
928         global_best_fitness = improved_fitness
929     # 遗传增强
930     if (iteration + 1) % PSO_PARAMS['genetic_interval'] == 0:
931         diversity = calculate_diversity(particles)
932     if (diversity < PSO_PARAMS['diversity_threshold']) or (no_improvement_count
933         >= 10):

```

```

932     denormalized_particles = np.array([denormalize_particle(p) for p in
          particles])
933     current_fitness = compute_fitness_with_config(denormalized_particles)
934     enhanced_particles = genetic_enhancement(denormalized_particles,
          current_fitness, iteration)
935     particles = np.array([normalize_particle(p) for p in enhanced_particles])
936     # 重新计算适应度
937     denormalized_particles = np.array([denormalize_particle(p) for p in
          particles])
938     new_fitness = compute_fitness_with_config(denormalized_particles)
939     for i in range(pop_size):
940         if new_fitness[i] > personal_best_fitness[i]:
941             personal_best[i] = particles[i].copy()
942             personal_best_fitness[i] = new_fitness[i]
943         generation_improved = True
944         if new_fitness[i] > global_best_fitness:
945             global_best = particles[i].copy()
946             global_best_fitness = new_fitness[i]
947
948     # 移民与抖动
949     if (iteration + 1) % ENHANCED_PSO['immigrant_period'] == 0:
950         k = max(1, int(pop_size * ENHANCED_PSO['immigrant_ratio']))
951         worst_idx = np.argsort(personal_best_fitness)[:k]
952         for wi in worst_idx:
953             particles[wi] = np.random.rand(dim)
954             particles[wi] = repair_particle_3drones(particles[wi], is_normalized=True)
955             personal_best[wi] = particles[wi].copy()
956             denormalized_particle = denormalize_particle(particles[wi])
957             fitness_wi = compute_fitness_with_config(denormalized_particle.reshape(1,
          -1))
958         if np.isscalar(fitness_wi):
959             personal_best_fitness[wi] = float(fitness_wi)
960         else:
961             personal_best_fitness[wi] = fitness_wi[0]
962             generation_improved = True
963     if (iteration + 1) % ENHANCED_PSO['jitter_period'] == 0:
964         velocities += np.random.randn(*velocities.shape) *
          ENHANCED_PSO['jitter_sigma']
965     # 多样性监控和种群重启
966     diversity = calculate_diversity(particles)
967     if ((diversity < PSO_PARAMS['diversity_threshold']) and
968         (iteration - last_restart_iter > PSO_PARAMS['restart_iterations']) or
969         (no_improvement_count >= PSO_PARAMS['restart_patience'])):
970         # 精英保留重启
971         if ENHANCED_PSO['use_restart_with_elite']:
972             elite_count = max(1, int(pop_size *
          ENHANCED_PSO['elite_retention_ratio']))

```

```

973     elite_indices = np.argsort(personal_best_fitness)[-elite_count:]
974     elite_particles = particles[elite_indices]
975     # 重新初始化其余粒子
976     new_particles = elite_particles.copy()
977     for _ in range(pop_size - elite_count):
978         new_particle = np.random.rand(dim)
979         new_particle = repair_particle_3drones(new_particle, is_normalized=True)
980         new_particles = np.vstack([new_particles, new_particle])
981
982     particles = new_particles
983 else:
984     denormalized_particles = np.array([denormalize_particle(p) for p in
985         particles])
986     restarted_particles = population_restart(denormalized_particles,
987         personal_best_fitness)
988     particles = np.array([normalize_particle(p) for p in restarted_particles])
989     # 重新计算适应度
990     denormalized_particles = np.array([denormalize_particle(p) for p in
991         particles])
992     personal_best_fitness =
993         compute_fitness_with_config(denormalized_particles)
994     last_restart_iter = iteration
995     generation_improved = True
996     no_improvement_count = 0
997 if generation_improved:
998     no_improvement_count = 0
999 else:
1000     no_improvement_count += 1
1001     # 早停机制
1002 if no_improvement_count > PSO_PARAMS['early_stop_patience']:
1003     print(f"第{iteration+1}代: 早停 (连续{no_improvement_count}代无改进)")
1004 break
1005 # 记录历史
1006 avg_fitness = np.mean(personal_best_fitness)
1007 optimization_history.append((iteration + 1, global_best_fitness,
1008     avg_fitness))
1009 # 每10代输出一次
1010 if (iteration + 1) % 10 == 0:
1011     print(f"第{iteration+1}代: 最优解={global_best_fitness:.4f}s, 平均解={avg_fitness:.4f}s,
1012         # 构建结果
1013         global_best_denormalized = denormalize_particle(global_best)
1014         v1_opt, theta1_opt, t1_opt, tb1_opt, v2_opt, theta2_opt, t2_opt, tb2_opt,
1015         v3_opt, theta3_opt, t3_opt, tb3_opt = global_best_denormalized
1016         # 计算投放点和起爆点位置
1017         P_drop1, P_burst1, t_burst1 =
1018             get_bomb_burst_params_3drones(P_FY1_initial, v1_opt, theta1_opt,
1019                 t1_opt, t1_opt + tb1_opt)

```

```

1012     P_drop2, P_burst2, t_burst2 =
        get_bomb_burst_params_3drones(P_FY2_initial, v2_opt, theta2_opt,
        t2_opt, t2_opt + tb2_opt)
1013     P_drop3, P_burst3, t_burst3 =
        get_bomb_burst_params_3drones(P_FY3_initial, v3_opt, theta3_opt,
        t3_opt, t3_opt + tb3_opt)
1014     result = {
1015         'v1': v1_opt, 'theta1': theta1_opt, 't_drop1': t1_opt, 't_burst1':
            tb1_opt,
1016         'v2': v2_opt, 'theta2': theta2_opt, 't_drop2': t2_opt, 't_burst2':
            tb2_opt,
1017         'v3': v3_opt, 'theta3': theta3_opt, 't_drop3': t3_opt, 't_burst3':
            tb3_opt,
1018         'P_drop1': P_drop1, 'P_burst1': P_burst1,
1019         'P_drop2': P_drop2, 'P_burst2': P_burst2,
1020         'P_drop3': P_drop3, 'P_burst3': P_burst3,
1021         'shelter_duration': global_best_fitness    }
1022
1023     return result, optimization_history
1024     def _q4_run_segment_combo(v1_range: Tuple[float, float],
1025         v2_range: Tuple[float, float],
1026         v3_range: Tuple[float, float]) -> Dict[str, Any]:
1027         #在给定三架速度分段范围内运行一次混合PSO。
1028         orig_v1, orig_v2, orig_v3 = OPT_BOUNDS[0], OPT_BOUNDS[4], OPT_BOUNDS[8]
1029         try:
1030             OPT_BOUNDS[0] = v1_range
1031             OPT_BOUNDS[4] = v2_range
1032             OPT_BOUNDS[8] = v3_range
1033             result, _ = hybrid_pso_local_search_ultra_enhanced()
1034             # 附带记录使用的分段
1035             result['segments'] = {'v1': v1_range, 'v2': v2_range, 'v3': v3_range}
1036             return result
1037         finally:
1038             OPT_BOUNDS[0] = orig_v1
1039             OPT_BOUNDS[4] = orig_v2
1040             OPT_BOUNDS[8] = orig_v3
1041
1042     def segmented_optimize_q4(
1043         v1_segments: List[Tuple[float, float]] = [(70, 92), (88, 112), (108, 140)],
1044         v2_segments: List[Tuple[float, float]] = [(70, 92), (88, 112), (108, 140)],
1045         v3_segments: List[Tuple[float, float]] = [(70, 92), (88, 112), (108, 140)],
1046         mode: str = 'full', # 'full' | 'topk' | 'rotate'
1047         top_k: int = 2,
1048         max_workers: int | None = None,
1049         rotate_rounds: int = 1,
1050     ) -> Dict[str, Any]:
1051         #三无人机速度分段并行优化。

```

```

1052     results: Dict[str, Any] = { 'mode': mode, 'combos': []}
1053     global_best: Dict[str, Any] = None
1054
1055     def submit_combos(combos: List[Tuple[Tuple[float, float], Tuple[float, float],
1056         Tuple[float, float]]]) -> None:
1057         nonlocal global_best
1058         workers = max_workers or max(1, os.cpu_count() or 1)
1059         with concurrent.futures.ProcessPoolExecutor(max_workers=workers) as ex:
1060             futs = [ex.submit(_q4_run_segment_combo, c[0], c[1], c[2]) for c in
1061                 combos]
1062             for fut in concurrent.futures.as_completed(futs):
1063                 try:
1064                     res = fut.result()
1065                     results['combos'].append(res)
1066                     if (global_best is None) or (res['shelter_duration'] >
1067                         global_best['shelter_duration']):
1068                         global_best = res
1069                     except Exception as e:
1070                         if mode == 'full':
1071                             # 全组合
1072                             combos = []
1073                             for s1 in v1_segments:
1074                                 for s2 in v2_segments:
1075                                     for s3 in v3_segments:
1076                                         combos.append((s1, s2, s3))
1077                                         print(f"分段(full): 共 {len(combos)} 组")
1078                                         submit_combos(combos)
1079                             elif mode == 'topk':
1080                                 # 改进的TopK筛选: 考虑协同效应
1081                                 def select_topk_safe(segs1: List[Tuple[float, float]],
1082                                     segs2: List[Tuple[float, float]],
1083                                     segs3: List[Tuple[float, float]]) -> List[Tuple[Tuple[float, float],
1084                                         Tuple[float, float], Tuple[float, float]]]:
1085                                     # 评估所有组合, 避免筛掉最优解
1086                                     all_combos = []
1087                                     scores = []
1088                                     # 评估所有分段组合
1089                                     for i, s1 in enumerate(segs1):
1090                                         for j, s2 in enumerate(segs2):
1091                                             for k, s3 in enumerate(segs3):
1092                                                 combo = (s1, s2, s3)
1093                                                 print(f"  评估组合 {i+1}-{j+1}-{k+1}: v1{s1}, v2{s2}, v3{s3}")
1094                                                 res = _q4_run_segment_combo(s1, s2, s3)
1095                                                 all_combos.append(combo)
1096                                                 scores.append(res['shelter_duration'])
1097                                                 print(f"      结果: {res['shelter_duration']:.4f}s")
1098                                     # 按分数排序, 选择Top-K组合

```

```

1095         sorted_indices = np.argsort(scores)[::-1] # 降序
1096         top_combos = [all_combos[i] for i in sorted_indices[:max(1, top_k)]]
1097     for i, combo in enumerate(top_combos):
1098         score = scores[sorted_indices[i]]
1099         print(f" Top-{i+1}: v1{combo[0]}, v2{combo[1]}, v3{combo[2]} =
              {score:.4f}s")
1100     return top_combos
1101     # 使用安全筛选
1102     top_combos = select_topk_safe(v1_segments, v2_segments, v3_segments)
1103     print(f"分段(topk): 安全筛选出 {len(top_combos)} 个最优组合")
1104     submit_combos(top_combos)
1105     else: # rotate
1106         sel_v1, sel_v2, sel_v3 = None, None, None
1107         for r in range(max(1, rotate_rounds)):
1108             # 优化 v1 段
1109             best_pair = None
1110             for seg in v1_segments:
1111                 v1r = seg
1112                 v2r = sel_v2 if sel_v2 else OPT_BOUNDS[4]
1113                 v3r = sel_v3 if sel_v3 else OPT_BOUNDS[8]
1114                 res = _q4_run_segment_combo(v1r, v2r, v3r)
1115                 if (best_pair is None) or (res['shelter_duration'] > best_pair[0]):
1116                     best_pair = (res['shelter_duration'], seg)
1117                     sel_v1 = best_pair[1]
1118             # 优化 v2 段
1119             best_pair = None
1120             for seg in v2_segments:
1121                 v1r = sel_v1 if sel_v1 else OPT_BOUNDS[0]
1122                 v2r = seg
1123                 v3r = sel_v3 if sel_v3 else OPT_BOUNDS[8]
1124                 res = _q4_run_segment_combo(v1r, v2r, v3r)
1125                 if (best_pair is None) or (res['shelter_duration'] > best_pair[0]):
1126                     best_pair = (res['shelter_duration'], seg)
1127                     sel_v2 = best_pair[1]
1128             # 优化 v3 段
1129             best_pair = None
1130             for seg in v3_segments:
1131                 v1r = sel_v1 if sel_v1 else OPT_BOUNDS[0]
1132                 v2r = sel_v2 if sel_v2 else OPT_BOUNDS[4]
1133                 v3r = seg
1134                 res = _q4_run_segment_combo(v1r, v2r, v3r)
1135                 if (best_pair is None) or (res['shelter_duration'] > best_pair[0]):
1136                     best_pair = (res['shelter_duration'], seg)
1137                     sel_v3 = best_pair[1]
1138             # 用选择的段组合精跑一次
1139             final_res = _q4_run_segment_combo(sel_v1 if isinstance(sel_v1, tuple) else
              OPT_BOUNDS[0],

```

```

1140     sel_v2 if isinstance(sel_v2, tuple) else OPT_BOUNDS[4],
1141     sel_v3 if isinstance(sel_v3, tuple) else OPT_BOUNDS[8])
1142     results['combos'].append(final_res)
1143     global_best = final_res
1144
1145     results['global_best'] = global_best
1146     print("分段并行完成。总体最优联合遮蔽=", global_best['shelter_duration'])
1147     return results
1148
1149 def save_results_to_excel(optimal_params: Dict[str, float]) -> None:
1150     result_data = []
1151     # 为3架无人机创建数据行
1152     for drone_id in range(3):
1153         drone_key = f'FY{drone_id + 1}'
1154         v_key = f'v{drone_id + 1}'
1155         theta_key = f'theta{drone_id + 1}'
1156         t_drop_key = f't_drop{drone_id + 1}'
1157         t_burst_key = f't_burst{drone_id + 1}'
1158         # 计算运动方向
1159         direction = np.degrees(optimal_params[theta_key])
1160         if direction < 0:
1161             direction += 360
1162         result_data.append({
1163             '无人机编号': drone_key,
1164             '无人机运动方向': f"{direction:.2f}",
1165             '无人机运动速度 (m/s)': f"{optimal_params[v_key]:.2f}",
1166             '烟幕干扰弹投放点的x坐标 (m)': f"{optimal_params[f'P_drop{drone_id + 1}'][0]:.2f}",
1167             '烟幕干扰弹投放点的y坐标 (m)': f"{optimal_params[f'P_drop{drone_id + 1}'][1]:.2f}",
1168             '烟幕干扰弹投放点的z坐标 (m)': f"{optimal_params[f'P_drop{drone_id + 1}'][2]:.2f}",
1169             '烟幕干扰弹起爆点的x坐标 (m)': f"{optimal_params[f'P_burst{drone_id + 1}'][0]:.2f}",
1170             '烟幕干扰弹起爆点的y坐标 (m)': f"{optimal_params[f'P_burst{drone_id + 1}'][1]:.2f}",
1171             '烟幕干扰弹起爆点的z坐标 (m)': f"{optimal_params[f'P_burst{drone_id + 1}'][2]:.2f}",
1172             '有效干扰时长 (s)': f"{optimal_params['shelter_duration']:.4f}")
1173
1174
1175     df = pd.DataFrame(result_data)
1176     with pd.ExcelWriter('result2.xlsx', engine='openpyxl') as writer:
1177         df.to_excel(writer, sheet_name='result2', index=False)
1178         note_df = pd.DataFrame(note_data)
1179         note_df.to_excel(writer, sheet_name='result2', startrow=len(df)+2,
1180                          index=False)

```

```

1180
1181 if __name__ == "__main__":
1182     import sys
1183     if len(sys.argv) > 1 and sys.argv[1] == "--benchmark":
1184         print("=" * 60)
1185         print("q4.py 并行计算性能基准测试")
1186         print("=" * 60)
1187         benchmark_parallel_performance(n_particles=100, n_trials=3)
1188         sys.exit(0)
1189         print("=" * 60)
1190         print("问题4: 三段式分段并行优化 (topk → full → 精跑)")
1191         print("=" * 60)
1192     # 计算总组合数, 自动选择策略
1193     v1_segments = [(70, 92), (88, 112), (108, 140)]
1194     v2_segments = [(70, 92), (88, 112), (108, 140)]
1195     v3_segments = [(70, 92), (88, 112), (108, 140)]
1196     total_combos = len(v1_segments) * len(v2_segments) * len(v3_segments)
1197     print(f"分段配置: v1有{len(v1_segments)}段, v2有{len(v2_segments)}段, v3有{len(v3_segments)}")
1198     print(f"总组合数: {total_combos}个")
1199     if total_combos <= 27: # 3×3×3 = 27
1200         # 组合数较少, 使用安全TopK筛选
1201         topk_results = segmented_optimize_q4(mode='topk', top_k=2)
1202         best_topk = topk_results['global_best']
1203         seg_v1 = best_topk['segments']['v1']
1204         seg_v2 = best_topk['segments']['v2']
1205         seg_v3 = best_topk['segments']['v3']
1206         print(f"安全Top-K 最优分段: v1{seg_v1}, v2{seg_v2}, v3{seg_v3}, 联合遮蔽={best_topk['shelter_duration']:.4f}s")
1207     else:
1208         full_results = segmented_optimize_q4(mode='full')
1209         best_full = full_results['global_best']
1210         print(f"全组合最优: 联合遮蔽={best_full['shelter_duration']:.4f}s")
1211         seg_v1 = best_full['segments']['v1']
1212         seg_v2 = best_full['segments']['v2']
1213         seg_v3 = best_full['segments']['v3']
1214
1215     # 在筛选的分段集合上做全组合并行
1216     if total_combos <= 27:
1217         v1_segments_final = [seg_v1]
1218         v2_segments_final = [seg_v2]
1219         v3_segments_final = [seg_v3]
1220         full_results = segmented_optimize_q4(v1_segments=v1_segments_final,
1221                                             v2_segments=v2_segments_final, v3_segments=v3_segments_final, mode='full')
1221     best_full = full_results['global_best']
1222     print(f"Full 组合最优: 联合遮蔽={best_full['shelter_duration']:.4f}s")
1223     else:
1224         # 如果第一阶段已经用了全组合, 直接使用第一阶段结果

```

```

1225     best_full = full_results
1226
1227     # 第二阶段最优为初值做一次精跑
1228     print("[阶段3] 精跑局部细化 (超强防局部最优版本, 提高迭代次数) ...")
1229     old_max_iter = PSO_PARAMS['max_iter']
1230     try:
1231         PSO_PARAMS['max_iter'] = max(old_max_iter, 450)
1232         optimal_params, optimization_history =
            hybrid_pso_local_search_ultra_enhanced()
1233     finally:
1234         PSO_PARAMS['max_iter'] = old_max_iter
1235
1236     # 输出最优结果
1237     print(f"联合遮蔽时长: {optimal_params['shelter_duration']:.4f}秒")
1238     print(f"FY1: 速度={optimal_params['v1']:.2f}
        m/s, 方向角={np.degrees(optimal_params['theta1']):.2f}°, 投放时间={optimal_params['t_drop1']
        s, 起爆延迟={optimal_params['t_burst1']:.2f} s")
1239     print(f"FY2: 速度={optimal_params['v2']:.2f}
        m/s, 方向角={np.degrees(optimal_params['theta2']):.2f}°, 投放时间={optimal_params['t_drop2']
        s, 起爆延迟={optimal_params['t_burst2']:.2f} s")
1240     print(f"FY3: 速度={optimal_params['v3']:.2f}
        m/s, 方向角={np.degrees(optimal_params['theta3']):.2f}°, 投放时间={optimal_params['t_drop3']
        s, 起爆延迟={optimal_params['t_burst3']:.2f} s")
1241
1242     # 保存结果
1243     print("\n保存结果...")
1244     save_results_to_excel(optimal_params)
1245     print("完成。")

```

附录 E 自适应双坐标系差分进化算法——问题五的 Python 程序

```

1     import numpy as np
2     import pandas as pd
3     import math
4     import time
5
6     # ----- 一、核心配置 (固定参数, 无动态调整)
7     # -----
8     # 1. 目标与载体初始位置 (原文件核心坐标, 无修改)
9     TGT = np.array([0.0, 200.0, 0.0]) # 真目标位置
10    MISSILE_INITS = [ # 3枚导弹初始位置 (M1~M3)
11        np.array([20000.0, 0.0, 2000.0]),
12        np.array([19000.0, 600.0, 2100.0]),
13        np.array([18000.0, -600.0, 1900.0]),
14    ]

```

```

14 UAV_INITS = [ # 5架无人机初始位置 (FY1~FY5)
15 np.array([17800.0, 0.0, 1800.0]),
16 np.array([12000.0, 1400.0, 1400.0]),
17 np.array([6000.0, -3000.0, 700.0]),
18 np.array([11000.0, 2000.0, 1800.0]),
19 np.array([13000.0, -2000.0, 1300.0]),
20 ]
21 UAV_NAMES = ["FY1", "FY2", "FY3", "FY4", "FY5"]
22 MISSILE_NAMES = ["M1", "M2", "M3"]
23
24 # 2. 物理常数 (原文件核心参数, 固定无自适应)
25 MISSILE_SPEED = 300.0 # 导弹速度(m/s)
26 R_CLOUD = 10.0 # 烟幕遮蔽判定半径(m)
27 CLOUD_DURATION = 20.0 # 烟幕有效时间(s)
28 CLOUD_SINK_V = 3.0 # 烟幕下沉速度(m/s)
29 G = 9.8 # 重力加速度(m/s2)
30
31 # 3. 无人机约束 (固定范围, 无动态调整)
32 UAV_SPEED_MIN, UAV_SPEED_MAX = 70.0, 140.0 # 无人机速度范围
33 NUM_UAV = 5 # 无人机数量
34 SLOTS_PER_UAV = 3 # 每架无人机投弹槽位数量
35 TOTAL_SLOTS = NUM_UAV * SLOTS_PER_UAV # 总投弹槽位 (5*3=15)
36
37 # 4. 仿真与优化参数 (固定, 无AI化动态调整)
38 DT = 0.1 # 仿真时间步长(s)
39 SIM_T_END = max([np.linalg.norm(p-TGT)/MISSILE_SPEED for p in MISSILE_INITS])
    # 仿真结束时间 (最晚导弹命中)
40 DE_NP = 100 # 差分进化 (DE) 种群大小
41 DE_MAX_GEN = 300 # DE迭代次数
42 DE_F = 0.8 # DE变异缩放因子 (固定)
43 DE_CR = 0.5 # DE交叉概率 (固定)
44 OUTPUT_XLSX = "result3_core.xlsx" # 结果输出路径
45
46 def clip_angle(angle):
47     """角度归一到[0, 2π), 确保方向合法"""
48     return angle % (2 * math.pi)
49
50 def missile_pos(missile_idx, t):
51     """计算t时刻导弹位置 (原文件逻辑: 匀速向真目标飞行) """
52     init_pos = MISSILE_INITS[missile_idx]
53     dir_vec = (TGT - init_pos) / np.linalg.norm(TGT - init_pos) #
        导弹指向真目标的单位向量
54     return init_pos + MISSILE_SPEED * dir_vec * t
55
56 def uav_pos(uav_idx, theta, speed, t):
57     """计算t时刻无人机位置 (原文件逻辑: 等高度匀速飞行) """
58     init_pos = UAV_INITS[uav_idx]

```

```

59     dir_xy = np.array([math.cos(theta), math.sin(theta), 0.0]) # 水平飞行方向向量
60     return init_pos + dir_xy * speed * t
61
62     def cloud_blast_pos(uav_idx, theta, speed, t_drop, t_blast_delay):
63         """计算烟幕起爆点（原文件逻辑：平抛运动+地面约束，避免钻地）"""
64         # 步骤1：计算烟幕投放时的无人机位置（投放点）
65         drop_pos = uav_pos(uav_idx, theta, speed, t_drop)
66         # 步骤2：烟幕弹平抛运动（水平速度=无人机速度，垂直受重力）
67         horizontal_speed = speed * np.array([math.cos(theta), math.sin(theta), 0.0])
68         # 触地时间（烟幕弹落地前必须起爆，避免无效）
69         t_ground = math.sqrt(2 * drop_pos[2] / G) if drop_pos[2] > 0 else 0.0
70         actual_delay = min(t_blast_delay, t_ground) # 实际起爆延迟（不超过触地时间）
71         # 步骤3：计算起爆点坐标
72         blast_x = drop_pos[0] + horizontal_speed[0] * actual_delay
73         blast_y = drop_pos[1] + horizontal_speed[1] * actual_delay
74         blast_z = max(0.0, drop_pos[2] - 0.5 * G * (actual_delay ** 2)) #
75         # 垂直位移（不低于地面）
76         return np.array([blast_x, blast_y, blast_z]), t_drop + actual_delay #
77         # 返回起爆点+总起爆时间
78
79     def cloud_center(blast_pos, blast_time, t_current):
80         """计算t_current时刻烟幕中心（原文件逻辑：起爆后下沉，地面约束）"""
81         if t_current < blast_time:
82             return blast_pos # 未起爆：烟幕在起爆点不动
83         # 已起爆：按固定速度下沉
84         sink_time = t_current - blast_time
85         sink_z = max(0.0, blast_pos[2] - CLOUD_SINK_V * sink_time) # 不低于地面
86         return np.array([blast_pos[0], blast_pos[1], sink_z])
87
88     def is_missile_sheltered(missile_idx, t_current, clouds):
89         """判断t时刻导弹是否被遮蔽（原文件判定规则：烟幕到导弹-真目标连线距离≤10m）"""
90         # 步骤1：获取当前导弹位置和飞行方向
91         missile_p = missile_pos(missile_idx, t_current)
92         missile_dir = (TGT - missile_p) / np.linalg.norm(TGT - missile_p) #
93         # 导弹指向真目标的单位向量
94         # 步骤2：遍历所有烟幕，判断是否有有效遮蔽
95         for cloud in clouds:
96             blast_time = cloud["blast_time"]
97             blast_pos = cloud["blast_pos"]
98             # 烟幕有效条件：t在[起爆时间，起爆时间+20s]
99             if not (blast_time - 1e-6 <= t_current <= blast_time + CLOUD_DURATION + 1e-6):
100                 continue
101             # 计算当前烟幕中心位置
102             cloud_p = cloud_center(blast_pos, blast_time, t_current)
103             # 计算烟幕中心到导弹-真目标连线的距离（向量叉积公式，原文件核心判定）
104             vec_missile_cloud = cloud_p - missile_p
105             dist_to_line = np.linalg.norm(np.cross(vec_missile_cloud, missile_dir))

```

```

103     if dist_to_line <= R_CLOUD + 1e-6:
104         return True # 有一个烟幕满足即判定遮蔽
105     return False
106
107
108     def decode_solution(sol):
109         """解码优化变量（原文件变量布局，无复杂修复逻辑）"""
110         idx = 0
111         # 1. 无人机飞行角度（弧度，归一化）
112         thetas = np.array([clip_angle(sol[idx+i]) for i in range(NUM_UAV)])
113         idx += NUM_UAV
114         # 2. 无人机飞行速度（裁剪到合法范围[70,140]）
115         speeds = np.clip(sol[idx:idx+NUM_UAV], UAV_SPEED_MIN, UAV_SPEED_MAX)
116         idx += NUM_UAV
117         # 3. 投弹槽位启用标志（0=禁用，1=启用，阈值0.5）
118         s_flags = np.where(sol[idx:idx+TOTAL_SLOTS] > 0.5, 1, 0)
119         idx += TOTAL_SLOTS
120         # 4. 烟幕投放时间（裁剪到[0, 仿真结束时间]）
121         drop_times = np.clip(sol[idx:idx+TOTAL_SLOTS], 0.0, SIM_T_END)
122         idx += TOTAL_SLOTS
123         # 5. 烟幕起爆延迟（≥0，避免负延迟）
124         blast_delays = np.maximum(sol[idx:idx+TOTAL_SLOTS], 0.0)
125         idx += TOTAL_SLOTS
126         return thetas, speeds, s_flags, drop_times, blast_delays
127
128     def evaluate_solution(sol):
129         thetas, speeds, s_flags, drop_times, blast_delays = decode_solution(sol)
130         clouds = [] # 存储有效烟幕信息
131
132         # 步骤1：生成有效烟幕（仅启用的槽位，过滤无效投弹）
133         for slot_global in range(TOTAL_SLOTS):
134             if s_flags[slot_global] == 0:
135                 continue # 跳过禁用的槽位
136             # 确定槽位所属无人机
137             uav_idx = slot_global // SLOTS_PER_UAV
138             # 计算烟幕起爆点和起爆时间
139             blast_pos, blast_time = cloud_blast_pos(
140                 uav_idx=uav_idx,
141                 theta=thetas[uav_idx],
142                 speed=speeds[uav_idx],
143                 t_drop=drop_times[slot_global],
144                 t_blast_delay=blast_delays[slot_global]
145             )
146             # 过滤无效烟幕（起爆时间超过最晚导弹命中+5s，视为浪费）
147             if blast_time > SIM_T_END + 5.0:
148                 continue
149             clouds.append({

```

```

150     "blast_pos": blast_pos,
151     "blast_time": blast_time,
152     "uav_idx": uav_idx
153 })
154
155 # 步骤2: 仿真计算每枚导弹的遮蔽时长
156 total_shelter = 0.0 # 总遮蔽时长 (适应度核心指标)
157 for missile_idx in range(len(MISSILE_NAMES)):
158     t = 0.0 # 当前仿真时间
159     missile_shelter = 0.0 # 该导弹的遮蔽时长
160     missile_hit_time = np.linalg.norm(MISSILE_INITS[missile_idx]-TGT)/MISSILE_SPEED
161     # 导弹命中时间
162     # 遍历每个时间步, 判断遮蔽状态
163     while t <= missile_hit_time + 1e-6:
164         if is_missile_sheltered(missile_idx, t, clouds):
165             missile_shelter += DT # 遮蔽则累加时长
166             t += DT
167         total_shelter += missile_shelter
168
169 # 步骤3: 简单惩罚
170 penalty = 0.0
171 if len(clouds) > TOTAL_SLOTS: # 理论不会触发, 槽位数量限制
172     penalty += (len(clouds) - TOTAL_SLOTS) * 10.0
173 # 适应度 = 总遮蔽时长 - 惩罚 (原文件核心逻辑)
174 fitness = total_shelter - penalty
175 return fitness, {
176     "total_shelter": total_shelter,
177     "clouds": clouds,
178     "penalty": penalty }
179
180 def create_de_bounds():
181     """创建优化变量边界 (原文件变量范围, 固定无动态调整) """
182     bounds = []
183     # 1. 无人机角度 (0~2π)
184     for _ in range(NUM_UAV):
185         bounds.append((0.0, 2 * math.pi))
186     # 2. 无人机速度 (70~140)
187     for _ in range(NUM_UAV):
188         bounds.append((UAV_SPEED_MIN, UAV_SPEED_MAX))
189     # 3. 槽位启用标志 (0~1)
190     for _ in range(TOTAL_SLOTS):
191         bounds.append((0.0, 1.0))
192     # 4. 投放时间 (0~SIM_T_END)
193     for _ in range(TOTAL_SLOTS):
194         bounds.append((0.0, SIM_T_END))
195     # 5. 起爆延迟 (0~10, 避免过长延迟)

```

```

196     for _ in range(TOTAL_SLOTS):
197         bounds.append((0.0, 10.0))
198     return bounds
199
200     def init_de_population(bounds, pop_size):
201         dim = len(bounds)
202         pop = np.zeros((pop_size, dim))
203         for i in range(dim):
204             low, high = bounds[i]
205             pop[:, i] = np.random.uniform(low, high, pop_size) # 均匀随机初始化
206         return pop
207
208     def de_mutation(pop, target_idx, F):
209         pop_size = pop.shape[0]
210         # 选择3个与目标个体不同的随机个体
211         while True:
212             r1, r2, r3 = np.random.choice(pop_size, 3, replace=False)
213             if r1 != target_idx and r2 != target_idx and r3 != target_idx:
214                 break
215             # 变异公式:  $v = r1 + F * (r2 - r3)$  (原文件基础公式)
216             return pop[r1] + F * (pop[r2] - pop[r3])
217
218     def de_crossover(target, mutant, CR):
219         dim = len(target)
220         trial = target.copy()
221         # 随机选择一个维度强制交叉 (确保 trial 与 target 不同)
222         j_rand = np.random.randint(dim)
223         for j in range(dim):
224             if np.random.rand() <= CR or j == j_rand:
225                 trial[j] = mutant[j]
226         return trial
227
228     def de_selection(target, trial, target_fitness):
229         trial_fitness, trial_info = evaluate_solution(trial)
230         if trial_fitness >= target_fitness:
231             return trial, trial_fitness, trial_info # trial 更优: 替换目标个体
232         else:
233             return target, target_fitness, None # target 更优: 保留原个体
234
235     def run_basic_de():
236
237         bounds = create_de_bounds()
238         dim = len(bounds)
239         # 步骤1: 初始化种群
240         pop = init_de_population(bounds, DE_NP)
241         # 步骤2: 初始评估种群适应度
242         fitness = np.zeros(DE_NP)

```

```

243 pop_info = [None] * DE_NP
244 for i in range(DE_NP):
245     fitness[i], pop_info[i] = evaluate_solution(pop[i])
246     # 步骤3: 初始化全局最优
247     gbest_idx = np.argmax(fitness)
248     gbest_val = fitness[gbest_idx]
249     gbest_pos = pop[gbest_idx].copy()
250     gbest_info = pop_info[gbest_idx]
251
252 for gen in range(DE_MAX_GEN):
253     for i in range(DE_NP):
254         # 变异 (rand/l策略)
255         mutant = de_mutation(pop, i, DE_F)
256         # 交叉 (二项式交叉)
257         trial = de_crossover(pop[i], mutant, DE_CR)
258         # 边界修复
259         for j in range(dim):
260             trial[j] = np.clip(trial[j], bounds[j][0], bounds[j][1])
261         # 选择 (贪心选择)
262         pop[i], fitness[i], new_info = de_selection(pop[i], trial, fitness[i])
263         # 更新全局最优
264         if fitness[i] > gbest_val:
265             gbest_val = fitness[i]
266             gbest_pos = pop[i].copy()
267             gbest_info = new_info if new_info is not None else pop_info[i]
268         # 每50代打印进度
269         if (gen + 1) % 50 == 0:
270             print(f"DE迭代第{gen+1}/{DE_MAX_GEN}代 |
                    全局最优遮蔽时长: {gbest_info['total_shelter']:.2f}s")

```